

## РОЗРОБКА І АНАЛІЗ ТОЧНОСТІ ІНЖЕНЕРНИХ МЕТОДІВ РОЗРАХУНКУ ГЕРМЕТИЧНОСТІ БЕЗЗМАЩУВАЛЬНИХ ЦИЛІНДРО-ПОРШНЕВИХ УЩІЛЬНЕНЬ ДЛЯ МОЛЕКУЛЯРНОГО ТА ПЕРЕХІДНОГО РЕЖИМІВ ПЕРЕТІКАННЯ ГАЗУ

На основі теорії стохастичних процесів розроблені методи розрахунку герметичності беззмащувальних циліндро-поршневих ущільнень для молекулярного та перехідного режимів перетікання газу. Результатом є створення інженерних методів розрахунку герметичності таких ущільнень, а також оцінка точності створених методів для молекулярного та перехідного режимів плинину газу через них. Розглядається пружний контакт сильно анізотропної шорсткої поверхні (полімерна поверхня) з гладкою (металевою) поверхнею. Досліджена залежність зведеного натікання газу від комплексу умов контактування на основі теорії стохастичних полів. Виконана оцінка похибки, яка виникає при заміні точної формули розрахунку зведеного натікання наближеною формулою. Значення, розраховані за точною та розрахунковою формулою зведеного натікання різняться не більше, ніж на 4 відсотки. Теоретично обґрунтовані і розроблені точні методи розрахунку герметичності беззмащувальних циліндро-поршневих ущільнень для молекулярного та перехідного режимів плинину газу, що є основою для практичних розрахунків герметичності ущільнень беззмащувальних пневмокомпресорів. Натікання при перехідному режимі плинину газу можна знайти на підставі значень, розрахованих для в'язкісного та молекулярного режимів плинину газу через беззмащувальні циліндро-поршневі ущільнення.

Ключові слова: контакт; номінальний контактний тиск; питома площа шорсткої поверхні контакту; герметичність циліндро-поршневих ущільнень; тривалість плинину газу; молекулярний та перехідний режими перетікання газу; профілограма, теорія стохастичних полів.

### DEVELOPMENT AND ANALYSIS OF THE ACCURACY OF ENGINEERING METHODS FOR CALCULATING THE TIGHTNESS OF GREASE-FREE CYLINDER-PISTON SEALS FOR MOLECULAR AND TRANSIENT GAS FLOW MODES

On the basis of the theory of stochastic processes, methods for calculating the tightness of grease-free cylinder-piston seals for molecular and transition modes of gas flow have been developed. The result is the creation of engineering methods for calculating the leakage (duration of gas leakage) in greaseless cylinder-piston metal-polymer seals, as well as the estimation of the accuracy of the created methods for molecular and transient modes of gas flow through greaseless cylinder-piston. The article deals with the elastic contact of a strongly anisotropic rough surface (polymer surface) with a smooth (metal) surface. The task is to develop engineering methods for calculating the tightness of grease-free cylinder-piston seals for molecular and transient modes of gas flow, as well as to analyse the accuracy of the developed methods. The dependence of the combined gas leakage on a set of contact conditions based on stochastic field theory is investigated. The estimation of the error which occurs at replacement of the exact formula of calculation of the consolidated inflow by the approximate formula is made. Values calculated by the exact and calculated summary inflow formula differ by no more than 4 percent. Precise methods for calculating the tightness of the grease-free cylinder-piston seals for the molecular and transient modes of the gas flow are theoretically substantiated and developed, which is the basis for practical calculations of the tightness of the seals of grease-free pneumatic compressors. Transient leakage gas flows can be found based on the values calculated for the viscosity and molecular modes of the gas flow through the greaseless piston seals.

Keywords: contact; nominal contact pressure; specific area of rough contact surface; tightness of cylinder-piston seals; duration of gas flow; molecular and transient gas flow modes; profilogram, stochastic field theory.

#### Формулювання цілі статті

Необхідно розробити методи розрахунку герметичності беззмащувальних циліндро-поршневих ущільнень для молекулярного та перехідного режимів перетікання (плинину) газу в ущільненні та провести аналіз точності створених методів, а також виконати аналіз точності розроблених інженерних методів

#### Результати досліджень

Розглянемо розрахункову схему торцевого ущільнення (рис. 1) з метою подальшого перетворення результатів для випадку циліндро-поршневих ущільнень.

При молекулярному режимі плинину газу тиск в ущільненні (рис. 1) розподілений за законом [1]:

$$p = p_1 + \frac{p_2 - p_1}{\ln(r_2/r_1)} \ln(r/r_1). \quad (1)$$

Натікання газу може бути визначене за формулою [1]:

$$Q_M = -\frac{4}{3} \frac{F^2}{P} V_g \frac{dp}{dr}, \quad (2)$$

де  $F$  – площа поперечного перерізу щілинних каналів;  $P$  – периметр поперечного перерізу щілинних каналів, що омивається середовищем;  $V_g$  – середня швидкість молекул газу:

$$V_g = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}; \quad (3)$$

$R$  – молярна газова стала, Дж/(моль·К);  $T$  – абсолютна температура газу, К;  $\mu$  – молярна маса газу, кг/моль.

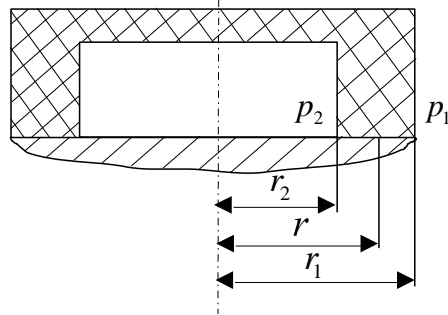


Рис. 1. Розрахункова схема торцевого ущільнення

З (1) отримуємо:

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{p_2 - p_1}{r \ln(r_1/r_2)}. \quad (4)$$

Величини  $F$  та  $P$  можна розрахувати, якщо відомі питомий міжконтактний об'єм  $V$  та питома площа поверхні стику, що омивається середовищем,  $S_K$ :

$$F = 2\pi r V; \quad (5)$$

$$P = 2\pi r S_K. \quad (6)$$

Підставимо (4–6) в (2):

$$Q_M = \frac{8\pi}{3} V_g \frac{V^2}{S_K} \frac{p_2 - p_1}{\ln(r_1/r_2)}. \quad (7)$$

При  $r_2 \rightarrow \infty$  формула (7) буде описувати плин газу в смузі шириною  $b$ , і тоді отримаємо випадок циліндро-поршневого ущільнення. При цьому маємо:

$$\ln \frac{r_1}{r_2} \rightarrow \frac{b}{r_2}; \quad Q_M \rightarrow \frac{8\pi r_2}{3b} V_g \frac{V^2}{S_K} (p_2 - p_1).$$

Якщо врахувати, що  $2\pi r_2$  – довжина кола, що омивається газом, то величина натікань в межах одиничної довжини складає:  $Q'_M = \frac{4}{3b} V_g \frac{V^2}{S_K} (p_2 - p_1)$ .

Величина натікань в межах довжини поперечного профілю  $C$ , що омивається газом  $Q_M = C Q'_M$ .

Якщо позначити діаметр ущільнюючої поверхні  $d$  і розглядати натікання вздовж всього кола діаметром  $d$ , то, оскільки в цьому випадку  $C = \pi d$ , отримаємо:

$$Q_M = \frac{4\pi d}{3b} V_g \frac{V^2}{S_K} (p_2 - p_1), \quad (8)$$

де  $S_K$  – питома площа поверхні стику, що омивається середовищем, тобто відношення площі поверхні, що омивається середовищем, до номінальної площі контакту, і розраховується за формулою:

$$S_K = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( -\frac{u}{\sqrt{2}} \right) (1 + S), \quad (9)$$

де  $u$  – ефективний рівень деформації,  $S$  – питома площа шорсткої поверхні.

В результаті перетворень

$$Q_M = \frac{m_0 d}{b(1+S)} V_g (p_2 - p_1) F_M(u), \quad (10)$$

де

$$F_M(u) = \frac{4\pi}{3} \frac{[F_V(u)]^2}{F_S(u)}. \quad (11)$$

Функції  $F_V(u)$ ,  $F_S(u)$  потрібно розраховувати за формулами (12, 13):

$$F_V(u) = \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \exp \left( -\frac{u^2}{2} \right) + u \operatorname{erfc} \left( -\frac{u}{\sqrt{2}} \right) \right]; \quad (12)$$

$$F_S(u) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left( -\frac{u}{\sqrt{2}} \right). \quad (13)$$

Назвемо зведеним натіканням при молекулярному плинні газу наступну величину:

$$\tilde{Q}_M = Q_M \frac{b(1+S)}{m_0 d V_g (p_2 - p_1)}. \quad (14)$$

Очевидно, що  $\tilde{Q}_M = F_M(u)$ . На підставі (10, 12, 13) за допомогою програми Strom\_M [2], написаної з використанням програми Mathcad 2000 Professional, розрахований зв'язок зведеного натікання  $\tilde{Q}_M$  з комплексом умов контактування. Отримані результати представлені на рис. 2.

Залежність, представлена на рис. 2, була апроксимована формулою:

$$\tilde{Q}_M = \begin{cases} 0,646 \ln^{1,636} \left( 1 + \frac{1,918}{K^{1,807}} \right), & (K < 1,5); \\ 4,794 \cdot 10^{-3} \ln^{3,321} \left( 1 + \frac{93,706}{K^{2,615}} \right), & (K \geq 1,5) \end{cases} \quad (15)$$

Формула (15) отримана в результаті розрахунків за програмами Appr\_SM\_1, Appr\_SM\_2 [2], написаними з використанням Mathcad 2000 Professional. Вона якісно правильно описує поведінку зведеного натікання  $\tilde{Q}_M$  при зміні номінального навантаження, оскільки з неї випливає, що  $\lim_{\sigma_n \rightarrow 0} \tilde{Q}_M = \infty$ ;  $\lim_{\sigma_n \rightarrow \infty} \tilde{Q}_M = 0$ .

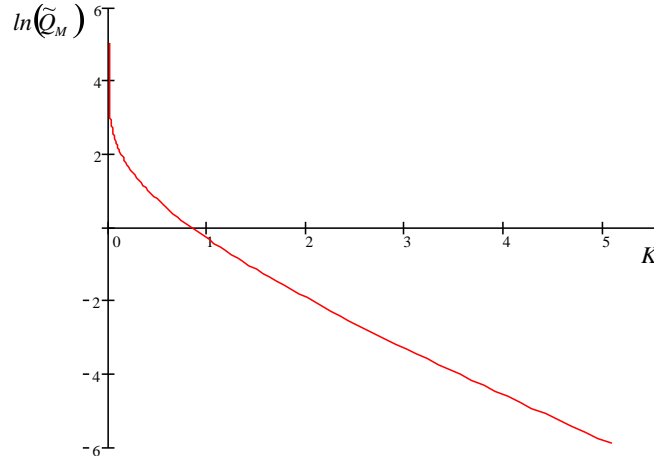


Рис. 2. Залежність зведеного натікання від комплексу умов контактування

На рис. 3 співставленні задані та розраховані значення зведеного натікання  $\tilde{Q}_M$ . Під заданими слід розуміти значення, визначені за формулами (10, 12, 13). Під розрахованими – визначені за формулою (15).

Для того, щоб оцінити похибку, яка виникає при заміні точної формули наближеною формулою (15), на рис. 4 представлена залежність відсоткової розбіжності заданих та розрахованих значень (позначена як  $\Delta$ ) від комплексу умов контактування.

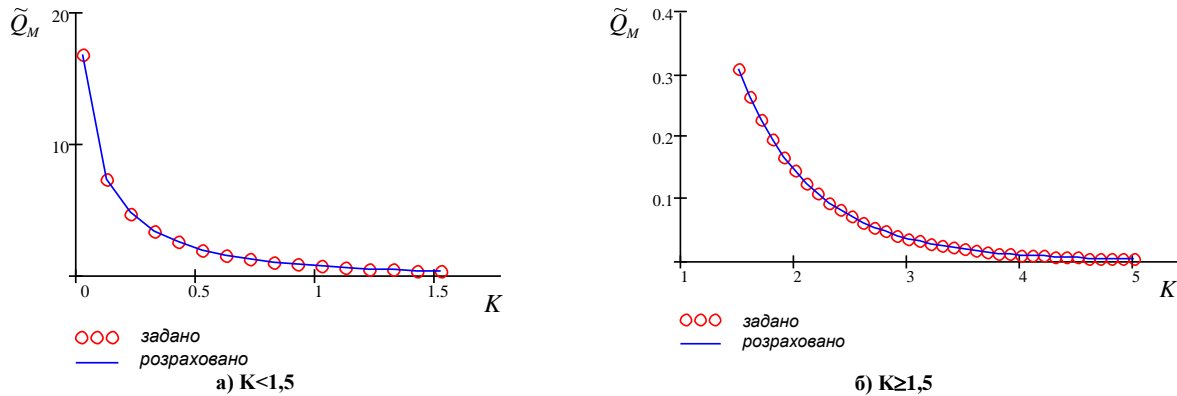


Рис. 3. Співставлення заданих та розрахованих значень зведеного натікання

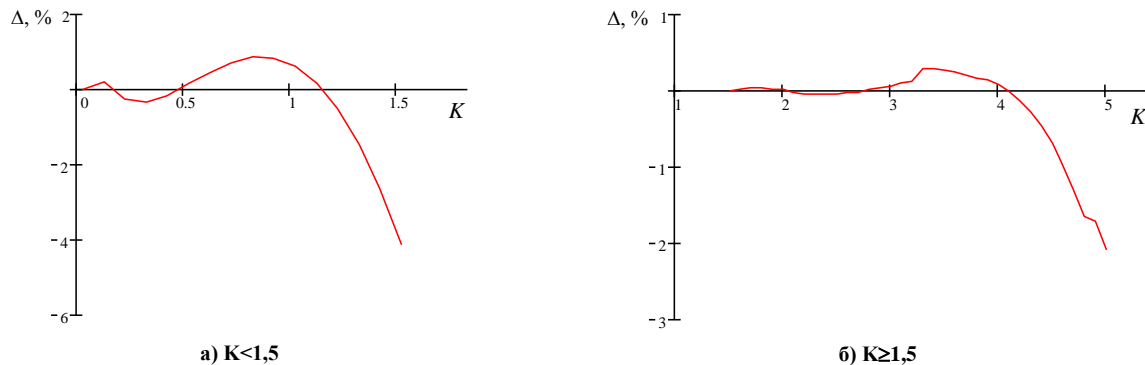


Рис. 4. Оцінка похибки, яка виникає при заміні точної формули розрахунку зведеного натікання наближеною формулою

Для розрахунку натікання при молекулярному плинні газу  $Q_M$  отримуємо кінцеву розрахункову формулу:

$$Q_M = \frac{m_0 d}{b(1+S)} V_g (p_2 - p_1) \tilde{Q}_M. \quad (16)$$

Натікання при перехідному режимі плинну газу  $Q_U$  можна знайти на підставі значень, розрахованих для в'язкісного та молекулярного режимів. Як показано в [3], можна використати формулу:

$$Q_U = Q_B + zQ_M, \quad (17)$$

де

$$z = \frac{1+1,25 d_{\text{екв}}/\bar{\lambda}}{1+1,55 d_{\text{екв}}/\bar{\lambda}}. \quad (18)$$

### Висновки

Для випадку молекулярного плинну газу в циліндро-поршневому ущільненні отримана точна формула

розрахунку натікань:  $Q_M = \frac{4\pi d}{3b} V_g \frac{V^2}{S_K} (p_2 - p_1)$ , де  $V_g$  – середня швидкість молекул газу:

$$V_g = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}};$$

На підставі точної формули отримана розрахункова формула:

$$Q_M = \frac{m_0 d}{b(1+S)} V_g (p_2 - p_1) \tilde{Q}_M,$$

де

$$\tilde{Q}_M = \begin{cases} 0,646 \ln^{1,636} \left( 1 + \frac{1,918}{K^{1,807}} \right), & (K < 1,5); \\ 4,794 \cdot 10^{-3} \ln^{3,321} \left( 1 + \frac{93,706}{K^{2,615}} \right), & (K \geq 1,5) \end{cases}$$

Значення, розраховані за точною та розрахунковою формулою зведеного натікання  $\tilde{Q}_M$ , різняться не більше, ніж на 4%.

Натікання при молекулярному плинні газу  $Q_M$  прямо пропорційне квадратові середньоарифметичного відхилення  $R_a$  точок профілю, діаметрові ущільнюючої поверхні  $d$ , середній швидкості молекул газу  $V_g$ , різниці тиску газу на вході на виході ущільнюючого елемента. Натікання  $Q_M$  обернено пропорційне ширині ущільнюючої поверхні  $b$ . Зі збільшенням питомої площі шорсткої поверхні  $S$  та комплексу умов контактування  $K$  натікання зменшується.

Натікання при перехідному режимі плинну газу  $Q_U$  можна знайти на підставі значень, розрахованих для в'язкісного та молекулярного режимів:  $Q_U = Q_B + zQ_M$ , де  $z = \frac{1+1,25 d_{\text{екв}}/\bar{\lambda}}{1+1,55 d_{\text{екв}}/\bar{\lambda}}$ .

### Література

1. Макушкин А.П. Исследование герметичности разъемных соединений при криогенных температурах / А.П. Макушкин, И.В. Крагельский, Н.М. Михин // Трение и износ. – 1988. – № 2. – С. 197–206.
2. Тимошук О.Г. Розробка методів розрахунку та експериментального дослідження герметичності беззмашувальних циліндро-поршневих ущільнень : дис. ... канд. техн. наук / О.Г. Тимошук – Хмельницький, 2003. – 386 с.
3. Макушкин А.П. Научно-технические основы создания полимерных уплотнений и узлов трения оборудования криогенных систем : дис. ... д-ра техн. наук / А.П. Макушкин – Балашиха, 1982. – 511 с.

### References

1. Makushkin A.P. Issledovanie germetichnosti razemnykh soedinenij pri kriogennykh temperaturah / A.P. Makushkin, I.V. Kragelskij, N.M. Mihin // Trenie i iznos. – 1988. – № 2. – S. 197–206.
2. Tymoshchuk O.H. Rozrobka metodiv rozrakhunku ta eksperymentalnoho doslidzhennia hermetichnosti bezzmashchivalnykh tsylindro-porshnevnykh ushchilnen : dys. ... kand. tekhn. nauk / O.H. Tymoshchuk – Khmelnytskyi, 2003. – 386 s.
3. Makushkin A.P. Nauchno-tehnicheskie osnovy sozdaniya polimernykh uplotnenij i uzlov treniya oborudovaniya kriogennykh sistem : dis. ... d-ra tehn. nauk / A.P. Makushkin – Balashiha, 1982. – 511 s.

Рецензія/Peer review : 15.11.2019 р.

Надрукована/Printed : 02.01.2020

Рецензент: к.т.н., проф. Кармаліта А.К.