

## ОЦІНКА ТОЧНОСТІ МЕТОДУ РОЗРАХУНКУ ГЕРМЕТИЧНОСТІ ЦИЛІНДРО-ПОРШНЕВИХ УЩІЛЬНЕНЬ ДЛЯ В'ЯЗКІСНОГО РЕЖИМУ ПЕРЕТІКАННЯ ГАЗУ

На основі теорії стохастичних процесів розроблено метод розрахунку герметичності беззмащувальних циліндро-поршневих ущільнень для в'язкісного режиму перетікання газу. Результатом є створення інженерного методу розрахунку герметичності (тривалості натікання газу) в беззмащувальних циліндро-поршневих металополімерних ущільненнях, а також оцінка точності розробленого методу для в'язкісного режиму плинну газу через циліндро-поршневі ущільнення. В статті розглядається пружний контакт сильно анізотропної шорсткої поверхні (полімерна поверхня) з гладкою (металевою) поверхнею. Досліджена залежність зведеного натікання газу від комплексу умов контактування на основі теорії стохастичних полів. Виконана оцінка похибки, яка виникає при заміні точної формули розрахунку зведеного натікання наближеною формулою. Значення, розраховані за точною та розрахунковою формулою зведеного натікання, різняться не більше, ніж на 6 відсотків. Теоретично обґрунтовані і розроблені точні методи розрахунку герметичності беззмащувальних циліндро-поршневих ущільнень для в'язкісного режиму плинну газу є основою для практичних розрахунків герметичності ущільнень беззмащувальних компресорів. Натікання при перехідному режимі плинну газу можна знайти на підставі значень, розрахованих для в'язкісного та молекулярного режимів плинну газу через циліндро-поршневі ущільнення.

**Ключові слова:** контакт; теорія стохастичних полів; номінальний контактний тиск; питома площа шорсткої поверхні контакту; герметичність циліндро-поршневих ущільнень; тривалість плинну газу; в'язкісний та перехідний режими перетікання газу.

O. TYMOSHCHUK

Khmelnitskyi National University

### EVALUATION OF ACCURACY OF THE METHOD OF CALCULATIONS OF GAS TIGHTNESS OF CYLINDER-PISTON SEALS FOR VISCOUS GAS FLOW REGIME

Based on the theory of stochastic processes, a method for calculating the tightness of non-lubricating cylinder-piston seals for the viscous regime of gas flow has been developed. The result is the development of an engineering method for calculating the tightness (duration of gas leakage) in non-greasy cylinder-piston metal-polymer seals, as well as assessing the accuracy of the developed method for the viscous regime of gas flow through cylinder-piston seals. The article considers the elastic contact of a strongly anisotropic rough surface (polymer surface) with a smooth (metal) surface. The dependence of the consolidated gas flow on the complex of contact conditions on the basis of the theory of stochastic fields is investigated. An estimate of the error that occurs when replacing the exact formula for calculating the consolidated inflow with an approximate formula. The values calculated according to the exact and calculated formula of the consolidated inflow differ by no more than 6 percent. Theoretically substantiated and developed accurate methods for calculating the tightness of non-lubricating cylinder-piston seals for the viscous regime of gas flow are the basis for practical calculations of the tightness of the seals of non-lubricating compressors. Leakage during the transient gas flow regime can be found on the basis of the values calculated for the viscosity and molecular regimes of the gas flow through the cylinder-piston seals.

**Keywords:** contact; stochastic field theory; nominal contact pressure; specific area of the rough contact surface; tightness of cylinder-piston seals; duration of gas flow; viscous and transient gas flow regimes.

#### Формулювання цілі статті

Необхідно виконати аналіз і оцінку точності розробленого методу розрахунку герметичності (тривалості натікання газу) беззмащувальних циліндро-поршневих ущільнень для в'язкісного та перехідного режимів перетікання (плинну) газу в циліндро-поршневому ущільненні.

#### Результати досліджень

Розглянемо розрахункову схему торцевого ущільнення (рис. 1) з метою подальшого перетворення математичних залежностей для випадку циліндро-поршневих ущільнень.

При в'язкісному режимі плинну газу тиск в ущільненні (рис. 1) розподілений за законом [1]:

$$p^2 = p_1^2 + \frac{p_2^2 - p_1^2}{\ln(r_2/r_1)} \ln(r/r_1) . \quad (1)$$

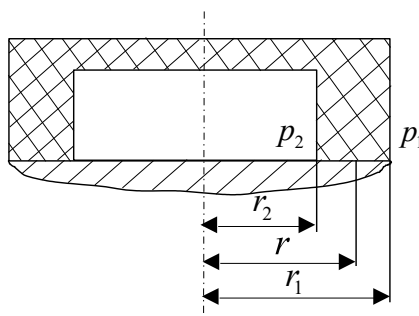


Рис. 1. Розрахункова схема торцевого ущільнення

Швидкість плинину газу в ущільненні визначається за законом Дарсі [2]:

$$V_F = -\frac{K_{II}}{\eta_B} \frac{dp^2}{dr}, \quad (2)$$

де  $K_{II}$  – коефіцієнт проникливості;  
 $\eta_B$  – динамічна в'язкість газу.  
 Продиференціювавши (1), отримаємо:

$$\frac{dp^2}{dr} = \frac{p_2^2 - p_1^2}{r \ln(r_2/r_1)}. \quad (3)$$

Підставимо (3) в (2):

$$V_F = \frac{K_{II}}{\eta_B} \frac{p_2^2 - p_1^2}{r \ln(r_1/r_2)}. \quad (4)$$

Сумарний потік газу за одиницю часу визначимо за формулою:

$$Q_B = H_S \int_0^{2\pi} r V_F d\theta, \quad (5)$$

де  $H_S$  – середня висота зазору.  
 Підставивши (4) в (5), отримаємо:

$$Q_B = \frac{2\pi K_{II} H_S}{\eta_B} \frac{p_2^2 - p_1^2}{\ln(r_1/r_2)}. \quad (6)$$

Позначимо:

$$r_1 = r_2 + b,$$

де  $b$  – ширина ущільнюючої поверхні.

При  $r_2 \rightarrow \infty$  формула (6) буде описувати плин газу в смузі шириною  $b$ , і тоді отримаємо випадок циліндро-поршневого ущільнення. При цьому маємо:

$$Q_B \rightarrow \frac{2\pi r_2 K_{II} H_S}{b \eta_B} (p_2^2 - p_1^2).$$

Якщо врахувати, що  $2\pi r_2$  – довжина кола, що омивається газом, то величина натікань в межах одиничної довжини складає:

$$Q'_B = \frac{K_{II} H_S}{b \eta_B} (p_2^2 - p_1^2).$$

Величина натікань в межах довжини поперечного профілю  $C$ , що омивається газом, складе:

$$Q_B = C Q'_B.$$

Якщо позначити діаметр ущільнюючої поверхні  $d$  і розглядати натікання вздовж всього кола діаметром  $d$ , то, оскільки в цьому випадку  $C = \pi d$ , маємо:

$$Q_B = \frac{\pi d K_{II} H_S}{b \eta_B} (p_2^2 - p_1^2). \quad (7)$$

Коефіцієнт проникливості  $K_{II}$  можна визначити наступним чином [4]:

$$K_{II} = \frac{\Pi^3}{5 S_0^2}, \quad (8)$$

де  $\Pi$  – пористість;  $S_0$  – питома поверхня шорсткого шару, що омивається газом.

Величини  $\Pi$  та  $S_0$  можна розрахувати, якщо відомі питомий міжконтактний об'єм  $V$ , середня висота зазору  $H_S$  та питома площа поверхні стику, що омивається середовищем  $S_K$ :

$$\Pi = V/H_S; \quad (9)$$

$$S_0 = S_K/H_S; \quad (10)$$

$$S_K = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(-\frac{u}{\sqrt{2}}\right) (1 + S), \quad (11)$$

Питома площа шорсткої, сильно анізотропної поверхні

$$S = \frac{1}{2\sqrt{2\pi m_2}} \exp\left(\frac{1}{4m_2}\right) \left[ K_0\left(\frac{1}{4m_2}\right) + K_1\left(\frac{1}{4m_2}\right) \right], \quad (12)$$

$$m_2 = 2\pi^3 \left(\frac{Ra}{Sm}\right)^2,$$

де  $m_2$  – спектральний момент другого порядку.  
Середня висота зазору [6]

$$H_S = m_0^{1/2} \left\{ u + \left[ \left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2} \exp\left(\frac{u^2}{2}\right) \operatorname{erfc}\left(-\frac{u}{\sqrt{2}}\right) \right]^{-1} \right\}, \quad (13)$$

$$m_0 = \frac{\pi}{2} Ra^2,$$

де  $m_0$  – спектральний момент нульового порядку;  
 $u$  – ефективний рівень деформації.  
Підставивши (9, 10) в (8), отримаємо:

$$K_{II} = \frac{V^3}{5 S K^2 H_S},$$

або:

$$K_{II} H_S = \frac{V^3}{5 S K^2}. \quad (14)$$

Підстановка (14) в (7) дає наступний результат:

$$Q_B = \frac{\pi d}{5 b \eta_B S K^2} (p_2^2 - p_1^2). \quad (15)$$

Необхідно використати формулу міжконтактного об'єму [6]:

$$V = \frac{m_0^{1/2}}{2} \left[ \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) + u \operatorname{erfc}\left(-\frac{u}{\sqrt{2}}\right) \right]. \quad (16)$$

Підставивши (11, 16) в (15), отримаємо:

$$Q_B = \frac{m_0^{3/2} d}{b \eta_B (1+S)^2} (p_2^2 - p_1^2) F_B(u), \quad (17)$$

де

$$F_B(u) = \frac{\pi [F_V(u)]^3}{5 [F_S(u)]^2}; \quad (18)$$

$$F_V(u) = \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) + u \operatorname{erfc}\left(-\frac{u}{\sqrt{2}}\right) \right]; \quad (19)$$

$$F_S(u) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(-\frac{u}{\sqrt{2}}\right). \quad (20)$$

З (17) видно, що натікання при в'язкісному плинні газу  $Q_B$  прямо пропорційне кубові середньоарифметичного відхилення  $Ra$  точок профілю, діаметрові ущільнюючої поверхні  $d$ , різниці квадратів тиску газу на вході і на виході ущільнюючого елементу. Натікання  $Q_B$  обернено пропорційне динамічній в'язкості газу  $\eta_B$  та ширині ущільнюючої поверхні  $b$ . Із збільшенням питомої площі шорсткої поверхні та  $S$  та комплексу умов контактування  $K$  натікання зменшується. Висновок про пропорційність натікання при в'язкісному плинні газу кубові середньоарифметичного відхилення точок профілю відповідає результатам експериментальних досліджень інших авторів [5].

Назвемо зведеним натіканням при в'язкісному плинні газу наступну величину:

$$\tilde{Q}_B = Q_B \frac{b \eta_B (1+S)^2}{m_0^{3/2} d (p_2^2 - p_1^2)}. \quad (21)$$

Очевидно, що  $\tilde{Q}_B = F_B(u)$ . На підставі (18 - 20) за допомогою програми Strom\_S [6], написаної з використанням програмного продукту Mathcad Professional, розрахований зв'язок зведеного натікання  $\tilde{Q}_B$  з комплексом умов контактування  $K$ . Отримані результати представлені на рис. 2.

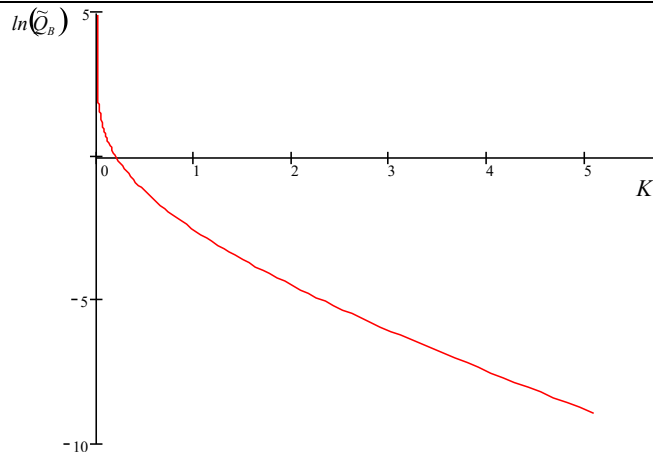


Рис. 2. Залежність зведеного натікання  $\tilde{Q}_B$  від комплексу умов контактування  $K$

Залежність, представлена на рис. 2, була апроксимована формулою:

$$\tilde{Q}_B = \begin{cases} 0,055 \ln^{2,467} \left( 1 + \frac{2,106}{K^{1,497}} \right), & (K < 1,5); \\ 8,813 \cdot 10^{-5} \ln^{4,452} \left( 1 + \frac{94,247}{K^{2,37}} \right), & (K \geq 1,5) \end{cases} \quad (22)$$

Формулу (22) отримано в результаті розрахунків за програмами Appr\_SS\_1, Appr\_SS\_2 [6], написаними з використанням програмного продукту Mathcad Professional. Вона якісно описує поведінку зведеного натікання  $\tilde{Q}_B$  при зміні номінального навантаження, оскільки з неї випливає, що:

$$\lim_{\sigma_n \rightarrow 0} \tilde{Q}_B = \infty; \lim_{\sigma_n \rightarrow \infty} \tilde{Q}_B = 0.$$

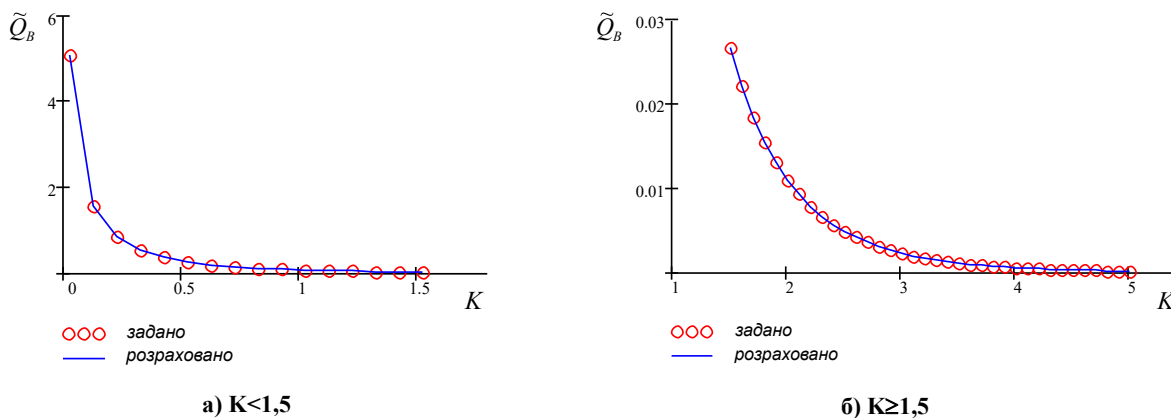


Рис. 3. Співставлення заданих та розрахованих значень зведеного натікання  $\tilde{Q}_B$

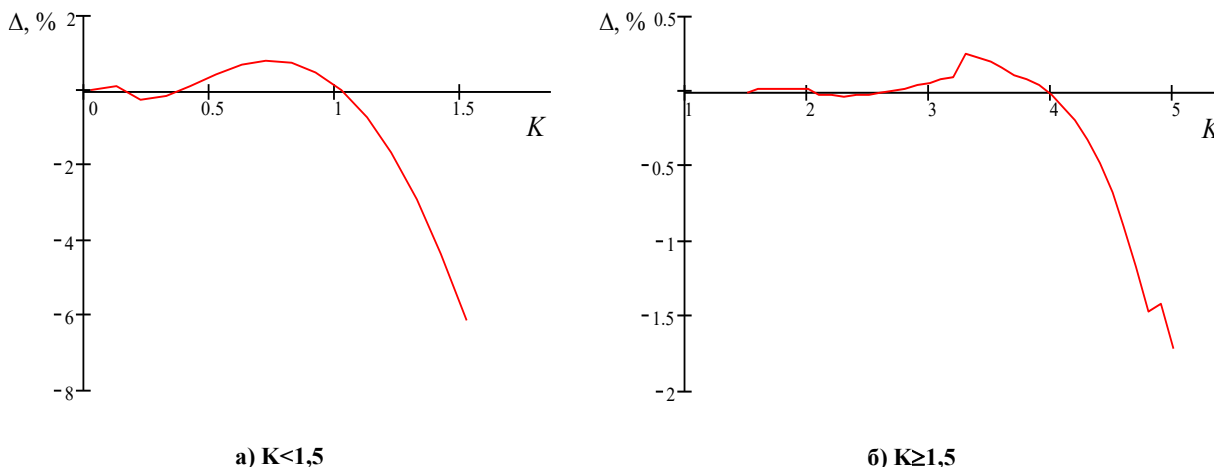


Рис. 4. Оцінка похибки, яка виникає при заміні точної формули розрахунку зведеного натікання  $\tilde{Q}_B$  наближеною формулою (22)

На рис. 3 співставлені задані та розраховані значення зведеного натікання  $\tilde{Q}_B$ . Під заданими потрібно розуміти значення, визначені за формулами (18–20). Під розрахованими – визначені за формулою (22).

Для того, щоб оцінити похибку, яка виникає при заміні точної формули наближеною формулою (22), на рис. 4 представлена залежність розбіжності (у відсотках) заданих та розрахованих значень (позначена як  $\Delta$ ) від комплексу умов контактування  $K$ .

$$K = \frac{1,83\sigma_n}{E q} .$$

Для розрахунку натікання при в'язкісному плинні газу  $Q_B$  отримано кінцеву розрахункову формулу:

$$Q_B = \frac{m_0^{3/2} d}{b \eta_B (1+S)^2} (p_2^2 - p_1^2) \tilde{Q}_B . \quad (23)$$

### Висновки

Для випадку в'язкісного плинну газу в циліндро-поршневому ущільненні отримано точну формулу розрахунку натікань [6]:

$$Q_B = \frac{\pi d}{5b \eta_B S_K^2} v^3 (p_2^2 - p_1^2) ,$$

де  $d, b$  – відповідно діаметр та ширина ущільнюючої поверхні;

$\eta_B$  – динамічна в'язкість газу;

$p_2, p_1$  – тиск газу на вході на виході ущільнюючого елемента ( $p_2 > p_1$ ).

На підставі точної формули отримано розрахункову формулу:

$$Q_B = \frac{m_0^{3/2} d}{b \eta_B (1+S)^2} (p_2^2 - p_1^2) \tilde{Q}_B ,$$

де

$$\tilde{Q}_B = \begin{cases} 0,055 \ln^{2,467} \left( 1 + \frac{2,106}{K^{1,497}} \right), & (K < 1,5); \\ 8,813 \cdot 10^{-5} \ln^{4,452} \left( 1 + \frac{94,247}{K^{2,37}} \right), & (K \geq 1,5) \end{cases} .$$

Значення, розраховані за точною та розрахунковою (наближеною) формулою зведеного натікання  $\tilde{Q}_B$ , різняться не більше, ніж на 8%.

Натікання при перехідному режимі плинну газу  $Q_U$  можна знайти на підставі значень, розрахованих для в'язкісного та молекулярного режимів:

$$Q_U = Q_B + z Q_M ,$$

де

$$z = \frac{1 + 1,25 d_{\text{екв}} / \bar{\lambda}}{1 + 1,55 d_{\text{екв}} / \bar{\lambda}} .$$

### Література

1. Макушкин А.П. Исследование герметичности разъемных соединений при криогенных температурах / А.П. Макушкин, И.В. Крагельский, Н.М. Михин // Трение и износ. – 1988. – № 2. – С. 197–206.
2. Лыков Л.В. Теплообмен / Лыков Л.В. – М.: Энергия. 1971. – 560 с.
3. Бабкин В.Т. Герметичность неподвижных соединений гидравлических систем / Бабкин В.Т., Зайченко А.А. – М.: Машиностроение, 1977. – 120 с.
4. Шнейдеггер А.Э. Физика течения жидкостей через пористые среды / Шнейдеггер А.Э. – М., 1960. – 250 с.
5. Айнбиндер С.Б. Введение в теорию трения полимеров / Айнбиндер С.Б., Тюнина Э.Л. – Рига: Зинатне, 1978. – 224 с.
6. Тимошук О.Г. Розробка методів розрахунку та експериментального дослідження герметичності беззмасувальних циліндро-поршневих ущільнень: дис. ... канд. техн. наук / О.Г. Тимошук – Хмельницький, 2003. – 386 с.

### References

1. Makushkin A.P. Investigation of the tightness of detachable joints at cryogenic temperatures / A.P. Makushkin, I.V. Kragelsky, N.M. Mikhin // Friction and wear. – 1988. – № 2. – P. 197–206.
2. Lykov L.V. Heat and mass transfer. – M.: Energy. – 1971. – 560 p.
3. Babkin V.T., Zaichenko A.A. Tightness of fixed connections of hydraulic systems. – M.: Mashinostroenie, 1977. – 120 p.
4. Schneidegger A.E. Physics of fluid flow through porous media. – M., 1960. – 250 p.
5. Einbinder S.B., Tyunina E.L. Introduction to the theory of friction of polymers. – Riga: Zinatne, 1978. – 224 p.
6. Timoshchuk O.G. Development of methods for calculation and experimental study of the tightness of non-lubricating cylinder-piston seals: dis. ... cand. tech. Sciences / O.G. Timoshchuk – Khmelnytsky, 2003. – 386 p.