

ЦИФРОВІ СИСТЕМИ ТА ТЕХНОЛОГІЇ

DOI 10.31891/2307-5732-2020-291-6-219-227
УДК 621.372.8

Н.А. ОДЕГОВ, Ю.Б. ВЛАСОВ, Д.А. МЛАДИНОВ
Одесская национальная академия связи им. А.С. Попова

АЛФАВИТЫ ОПТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ РАВНОЙ ЭНЕРГИИ

Волоконно-оптические системы (ВОСП) обеспечивают на данный момент наибольшую скорость передачи для опорных и магистральных телекоммуникационных сетей. При этом для систем плотного спектрального мультиплексирования (DWDM) обнаруживается тенденция к уменьшению ширины полос отдельных частотных каналов. В настоящее время для ВОСП DWDM определена общая полоса частот шириной более 20 ТГц. Уменьшение полосы отдельного канала со 100 ГГц до 12,5 ГГц и менее может привести к значительному увеличению количества физических портов: до 2000 и более. Поэтому целесообразным представляется уменьшение агрегация нескольких физических каналов в один логический канал.

Для решения задачи в работе рассматриваются алфавиты оптических сигналов определенного класса. Учитывается, что оптические сигналы претерпевают существенные искажения во временной области. Основная причина таких искажений – дисперсия в оптическом волокне. При отсутствии нелинейных эффектов энергетический спектр сигнала остается практически неизменным по форме. Таким образом, полный алфавит сигналов формируется как система взвешенных по амплитуде и сдвинутых по частоте спектральных функций.

Из полного алфавита выбирается подмножество сигналов равной энергии. Такие подмножества составляют частные алфавиты. Из всевозможных частных алфавитов равной энергии выбирается оптимальный алфавит с максимальным количеством элементов. При необходимости данный оптимальный алфавит дополнительно прореживается с целью исключения сигналов с небольшим расстоянием между ними.

Предложенный подход позволяет оптимизировать ВОСП по критерию энергетической эффективности и минимизировать вероятность ошибки на стороне приема.

В статье предлагаются оптимальные по быстродействию алгоритмы синтеза таких алфавитов. Также рассмотрены альтернативные методы распознавания сигналов на стороне приема

Ключевые слова: дисперсия, алфавит сигналов, сигналы равной энергии, спектр, преобразование Фурье, метрика, алгоритм.

N. ODEGOV, Y. VLASOV, D. MLADINOV
Odessa National O.S. Popov Academy of Telecommunications

ALPHABETS OF EQUAL ENERGY OPTICAL SIGNALS

Fiber optic systems (FOTS) currently provide the highest transmission speed for backbone telecommunication networks. At the same time, for systems of dense wavelength division multiplexing (DWDM), there is a tendency to decrease the bandwidth of individual frequency channels. Currently, for FOTS DWDM, a total frequency band of more than 20 THz is defined. Reducing the bandwidth of an individual channel from 100 GHz to 12.5 GHz or less can lead to a significant increase in the number of physical ports: up to 2000 or more. Therefore, it seems expedient to reduce the aggregation of several physical channels into one logical channel.

To solve the problem, the work considers the alphabets of optical signals of a certain class. It is taken into account that optical signals undergo significant distortions in the time domain. The main cause of such distortion is dispersion in the optical fiber. In the absence of nonlinear effects, the energy spectrum of the signal remains practically unchanged in shape. Thus, the complete signal alphabet is formed as a system of amplitude-weighted and frequency-shifted spectral functions.

A subset of equal energy signals is selected from the full alphabet. Private alphabets constitute such subsets. The optimal alphabet with the maximum number of elements is selected from all possible private alphabets of equal energy. If necessary, this optimal alphabet is additionally thinned out in order to exclude signals with a small distance between them.

The proposed approach makes it possible to optimize the FOTS by the criterion of energy efficiency and to minimize the probability of errors on the receiving side.

The article proposes algorithms for the synthesis of such alphabets that are optimal in terms of speed. Alternative methods of signal recognition on the receiving side are also considered.

Key words: dispersion, signal alphabet, equal energy signals, spectrum, Fourier transform, metric, algorithm.

Введение

Одно из перспективных направлений повышения скорости передачи в волоконно-оптических системах (ВОСП) сводится к построению сигнальных систем, которые обеспечивают передачу в одном тактовом интервале более одного бита информации. Такие системы оптических сигналов (ОС) далее для краткости будем называть алфавитами ОС. Известны различные способы синтеза алфавитов ОС. Перспективным представляется использование квадратично-амплитудной модуляции (QAM4...QAM64) [1,2]. Также разрабатываются методы синтеза ОС с использованием различных способов фазовой модуляции [3-5] и многомерной модуляции [6,7].

В данной работе рассматривается класс ОС [8,9] со спектральной плотностью вида:

$$F_{l,n}(f) = \sum_{n=1}^N c_{l,n} A(f_n), \quad f_n = f_0 + \Delta f, \quad l = 1, 2, \dots, L, \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

где N – количество частотных подканалов (далее – дискрет); $A(f)$ – атомарная функция с энергией W ; f_n – средняя частота подканала; Δf – общая для всех подканалов ширина полосы; L – общее количество сигналов в алфавите (далее – емкость алфавита); N – общее количество дискрет. Считаем, что функции $A(f_n)$ образуют ортогональную систему. При этом информацию о конкретном сигнале несут значения коэффициентов $c_{l,n}$.

Учтем, что на стороне приема фотодетекторы реагируют на энергетические параметры ОС [10]. Также заметим, что в линейном режиме передачи ОС во временной области существенно искажается за счет дисперсии в оптическом волокне (ОВ). При этом энергетический спектр остается практически инвариантным по форме [11,12]. Тогда совершенно логичным представляется кодировать информацию квадратами коэффициентов атомарных функций (1): $a_{l,n} = c_{l,n}^2$, а возможные значения параметров $a_{l,n}$ определить на равномерной сетке значений $0, 1, 2, \dots, M-1$, где M – общее количество возможных уровней, включая нулевой.

Формализация постановки задач

Данные выше определения сводят задачи исследований алфавитов (1) к задачам анализа некоторых свойств позиционных систем счисления. Действительно, набор коэффициентов $a_{l,n}$ можно рассматривать как N – разрядное число в системе счисления с основанием M . Множество всевозможных значений коэффициентов $a_{l,n}$ будет включать, очевидно, $L_{\max} = M^N$ возможных вариантов. Такое множество далее будем называть полным алфавитом, пару чисел $\{N, M\}$ – его характеристикой, а количество его элементов L_{\max} – емкостью данного алфавита. Не все сигналы полного алфавита равнозначны с точки зрения возможности их генерирования, распространения в линии и возможности распознавания на стороне приема. Неравнозначность связана, прежде всего, с уровнем энергии сигналов.

Не снижая общности рассуждений, далее положим, что атомарные функции в (1) имеют единичную энергию: $W \equiv 1$. Тогда энергия определенного сигнала определяется простой формулой:

$$E_l = \sum_{n=1}^N a_{l,n} . \tag{2}$$

Полный алфавит включает один сигнал с энергией $E_0 = 0$, один сигнал с максимальной энергией $E_L = N \cdot (M - 1)$ и различное количество сигналов с промежуточной энергией $E_0 < E_k < E_L$. Примеры сигналов алфавита с характеристикой $\{N = 4, M = 5\}$ даны на рис. 1.

При больших значениях характеристики сигналы полного алфавита могут совершенно по-разному вести себя в линиях передачи: слабые вообще не дойдут до точки приема вследствие затухания, а наиболее мощные вызовут сильные нелинейные искажения или вообще расплавят волокно.

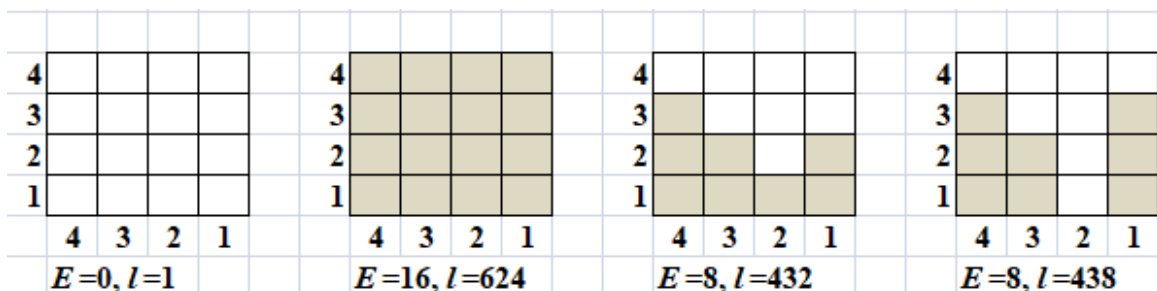


Рис. 1. Примеры сигналов алфавита с характеристикой $\{N=4, M=5\}$

Оптимальный алфавит с практической точки зрения должен удовлетворять следующим неформальным требованиям:

- иметь как можно большую емкость L (условие максимизации скорости передачи, которая будет определяться количеством битов, передаваемых в одном тактовом интервале: $B = \log_2 L$);
- все сигналы алфавита должны иметь приблизительно равную энергию;
- сигналы алфавита должны существенно различаться для обеспечения их распознавания на стороне приема.

При сформулированных выше условиях данные требования можно формализовать в виде взаимосвязанных задач.

1. **Задача оптимізації сетки частот и уровней.** При заданной энергии E_L максимизировать количество элементов полного алфавита L .

2. **Задача синтеза частного алфавита равной энергии с максимальным количеством элементов.** Алфавит с характеристикой $\{N, M\}$ можно разделить на $K = N(M - 1) + 1$ подмножеств (частных алфавитов), каждое из которых включает только сигналы равной энергии: $E_k = k, k = 0, 1, \dots, K, K = N(M - 1)$. Количество элементов в каждом частном алфавите обозначим L_k . **Требуется:** найти частный алфавит, для которого $L_k^* = \max\{k\}L_k$.

3. **Задача о минимальной метрике** сводится к прореживанию частного алфавита равных энергий по Задаче 2 таким образом, чтобы для любой пары сигналов конечного алфавита выполнялось условие: $R(l_1, l_2) > R^*$, где R – некоторая метрика в пространстве сигналов. Далее метрику определим простейшим образом:

$$R(l_1, l_2) = \sum_{n=1}^N |a_{l_1, n} - a_{l_2, n}| \quad (3)$$

Алгоритмическое и программное обеспечение решения задач

Задача 1 имеет простое аналитическое решение, если положить упрощенную формулу расчета максимальной энергии алфавита: $E = N \cdot M$. Тогда при равной энергии сравнению подлежат объемы алфавитов A_1 и A_2 : $L_1 = N^M$ и $L_2 = M^N$.

В самом деле, положим, что для алфавита A_1 количество частотных дискрет $N_1 = m$, а количество уровней $M_1 = k \cdot m$, а для алфавита A_2 соответственно $N_2 = k \cdot m$ и $M_2 = m$. Очевидно, что тогда $E_1 = E_2$. Объемы алфавитов: $L_1 = m^{km}$ и $L_2 = (k \cdot m)^m$. Задача сводится к решению неравенства $L_1 \wedge L_2$ и к последовательности эквивалентных неравенств:

$$m^m m^{(k-1)m} \wedge k^m m^m \Leftrightarrow m^{(k-1)m} \wedge k^m \Leftrightarrow \frac{m^{(k-1)m}}{k^m} \wedge 1 \Leftrightarrow L_1 \wedge L_2.$$

Очевидно, что если $m > k$ и $k \geq 2$, то $\frac{m^{(k-1)m}}{k^m} > 1$. Например, $2^{10} > 10^2$. Иными словами,

для увеличения емкости полного алфавита с формальной точки зрения лучше увеличивать количество частотных дискрет, нежели количество уровней. С практической точки зрения характеристика алфавита задается разрешающей способностью спектральных анализаторов и квантователей по уровню на стороне приема. Далее характеристику полного алфавита $\{N, M\}$ будем считать заданной.

Задача 2 в простейшем случае решается в алгоритме из двух проходов.

Первый проход:

1. Исходя из характеристики полного алфавита $\{N, M\}$, определяются возможные значения энергии: $E_0 = 0, E_1 = 1, \dots, E_K = N \cdot (M - 1)$.

2. Обнуляются сумматоры: S_0, S_1, \dots, S_K .

3. Определяется емкость полного алфавита: $L_{\max} = M^N$.

4. Организуется цикл по номерам элементов полного алфавита от $l = 0$ до $l = L_{\max}$.

5. Внутри этого цикла каждое десятичное число l представляется в виде коэффициентов $(a_{l, n}, n = 0, 1, \dots, N - 1)$ разложения по степеням N -разрядного числа в системе счисления с основанием M . Для этого используется обычный алгоритм выделения остатков: $a_{l, 0} = \text{ord}(l, M), d_0 = \text{div}(l, M), a_{l, 1} = \text{ord}(d_0, M), d_1 = \text{div}(d_0, M)$ и т.д. до исчерпания разрядной сетки. Здесь и далее: $\text{div}(A, B)$ – результат операции целочисленного деления числа A на число B с отбрасыванием остатка; $\text{ord}(A, B)$ – остаток целочисленного деления числа A на число B .

6. Внутри этого же цикла определяется сумма коэффициентов по формуле (2): $E_l = \sum_{n=0}^{N-1} a_{l, n}$ (суть –

энергия данного варианта сигнала). Счетчик S_k с номером $k = E_l$ увеличивается на единицу.

Второй проход:

1. Среди сумматоров S_k выбирается сумматор с максимальным значением S^* . Если таких значений 2, то выбирается сумматор с большим номером. Это соответствует тому, что предпочтение отдается частному алфавиту с большим значением энергии сигналов.

2. Выполняется проживание полного алфавита в цикле от $l = 0$ до $l = L_{\max}$. В состав сигналов частного оптимального алфавита включаются только те сигналы, значение энергии которых равно S^* .

Пример реализации такого алгоритма для простого случая дается в табл. 1.

Таблица 1

Пример синтеза алфавита равных энергий

Полный алфавит $\{N=4, M=2\}$						Оптимальный алфавит равных энергий					
l	E_l	a_3	a_2	a_1	a_0	l	E_l	a_3	a_2	a_1	a_0
0	0	0	0	0	0	0	2	0	0	1	1
1	1	0	0	0	1	1	2	0	1	0	1
2	1	0	0	1	0	2	2	0	1	1	0
3	2	0	0	1	1	3	2	1	0	0	1
4	1	0	1	0	0	4	2	1	0	1	0
5	2	0	1	0	1	5	2	1	1	0	0
6	2	0	1	1	0						
7	3	0	1	1	1						
8	1	1	0	0	0						
9	2	1	0	0	1						
10	2	1	0	1	0						
11	3	1	0	1	1						
12	2	1	1	0	0						
13	3	1	1	0	1						
14	3	1	1	1	0						
15	4	1	1	1	1						

На самом деле емкость полного алфавита даже при незначительных параметрах характеристики может быть огромным. Например, полный алфавит с характеристикой $\{N = 10, M = 8\}$ (количество частотных дискрет 10, количество уровней 8, включая нулевой) имеет емкость: $L = 8^{10} = 1073741824$. Как тут не вспомнить легенду о шахматной доске [13] и восклицание Ричарда Беллмана: «Проклятие размерности!» [14]. Поэтому определенную проблему составляет переход от алгоритмов полного перебора к эквивалентным или почти эквивалентным алгоритмам меньшей конструктивной размерности. Существенно уменьшить количество вычислений в Задаче 2 и реализовать алгоритм в один проход позволяют следующие положения комбинаторики (точнее, математики целых чисел) [15].

Количество N -значных чисел в M -ичной системе счисления, у которых сумма цифр равна k определяется числом $C_M(k, N)$, которые выражаются через биномиальные коэффициенты с помощью рекуррентной формулы (формулы с повышением основания m системы счисления):

$$C_M(k, N) = C_N^0 C_{M-1}(k - N, N) + C_N^1 C_{M-1}(k - N + 1, N - 1) + \dots + C_N^N C_{M-1}(k, 0). \tag{4}$$

Для разгона алгоритма (4) используется базовое значение $C_2(k, N) = C_N^k$ для двоичной системы

счисления. Здесь $C_N^k = \frac{N!}{k!(N-k)!}$ – биномиальные коэффициенты. Для троичной системы счисления из

формулы (4) следует разложение с использованием только биномиальных коэффициентов:

$$C_3(k, N) = C_N^0 C_{k-N}^N + C_N^1 C_{k-N+1}^{N-1} + \dots + C_N^N C_k^0. \tag{5}$$

Также важным есть свойство симметрии чисел $C_M(k, N)$:

$$C_M(k, N) = C_M(N(M-1) - k, N). \tag{6}$$

Уровень энергии сигналов оптимального частного алфавита с максимальным количеством элементов позволяет установить следующая теорема:

Теорема об алфавите сигналов максимальной мощности. Для алфавита сигналов с характеристикой $\{N, M\}$ и максимальной энергией $E_{\max} = N \cdot (M - 1)$ наибольшую емкость имеет

частный алфавит с сигналами средней энергии $E^* = k^* = \text{div}(E_{\max}, 2) + \text{ord}(E_{\max}, 2)$.

Иначе говоря, оптимальный частный алфавит должен содержать сигналы с энергией, примерно равной половине максимально возможной энергии сигналов полного алфавита.

Доказательство. Теорема доказывается по индукции. Для двузначных чисел (уровни дискрет 0 или 1) $k^* = \text{div}(N, 2) + \text{ord}(N, 2)$. Тогда для $k < N$ емкость частого алфавита $L_k = C_N^k$. Покажем, что при определенных условиях $L_{k+1} \geq L_k$.

Поскольку $L_{k+1} = C_N^{k+1} = \frac{N!}{(k+1)!(N-k-1)!}$, то $L_{k+1} = C_N^k \frac{N-k}{k+1} = L_k \frac{N-k}{k+1}$. Для того, чтобы выполнялось условие $L_{k+1} \geq L_k$ достаточно, чтобы $N-k \geq k+1$, что выполняется для всех $k < \text{div}(N, 2) + \text{ord}(N, 2) = k^*$. Если $k > k^* + 1$, то на основании свойства симметрии (5) последовательность L_k убывающая. Следовательно, k^* - номер алфавита максимальной емкости с сигналами равной энергии. Аналогичным образом по формуле (5) доказывается теорема для сигналов с 3-мя уровнями энергии, а с помощью рекуррентной формулы (2) далее по индукции для $M > 3$.

Из этой теоремы следует правило упрощения алгоритма решения Задачи 2: на первом шаге вычисляется величина $E_{\max} = N \cdot (M - 1)$, далее определяется значение энергии сигналов частого алфавита $E^* = \text{div}(E_{\max}, 2) + \text{ord}(E_{\max}, 2)$. Затем в один проход селектируются сигналы с уровнем заданной энергии E^* и определяется общее количество таких элементов (емкость алфавита) L_{opt} . Таким образом, формируется подмножество сигналов в виде алфавита A_{opt} .

Решение **Задачи 3** в простом варианте требует анализа матрицы расстояний $R(l_1, l_2)$ (3) между всеми парами элементов частного алфавита A_{opt} с номерами $l_1, l_2 \subset \{0, 1, \dots, L_{opt} - 1\}$. В результате такого анализа вычеркиваются все элементы, для которых расстояние с любым другим меньше заданного. Решение задачи в таком варианте несколько упрощается с учетом симметричности матрицы $R(l_1, l_2)$ и того факта, что на ее главной диагонали располагаются нули. Тем не менее, конструктивная размерность алгоритма имеет порядок L_{opt}^2 , что даже для относительно малых значений характеристик алфавитов превышает возможности современных высокопроизводительных компьютеров.

Радикально уменьшить количество вычислений позволяет использование основополагающего принципа динамического программирования [14]: из всевозможных путей выбора решений на каждом шаге многошагового алгоритма выбирается наиболее оптимальный на одном или на нескольких шагах.

В нашем случае интерпретация этого принципа приводит к следующему алгоритму.

1. В стек сигналов алфавита A_R , удовлетворяющего условию минимальной заданной метрики $R(l_1, l_2) > R^*$, в позицию нулевого элемента включается сигнал F_0^* с номером 0 из алфавита A_{opt} . Такой начальный выбор обусловлен тем, что в алфавите A_{opt} сигнал с нулевым номером имеет самые значительные коэффициенты в младших разрядах.

2. В цикле от $l = 1$ до $l = L_{opt} - 1$ выбирается очередной сигнал F_l . Вычисляется расстояние $R(F_0^*, F_l)$. Если $R(F_0^*, F_l) > R^*$, то сигнал $F_l^* = F_l$ заносится в стек алфавита A_R с номером 1. Если условие не выполнено, то цикл по l продолжается без занесения сигнала в стек A_R . И т.д. с постепенным заполнением стека $F_0^*, F_1^*, \dots, F_{nn}^*$.

3. Если в продолжении цикла по l обнаруживается очередной сигнал, для которого выполнено условие $R(F_{nn}^*, F_l) > R^*$, то организуется внутренний цикл проверок условия минимальной метрики с ранее отобранными в состав алфавита A_R сигналами. Если для всех ранее отобранных ранее сигналов $R(F_{kk}^*, F_l) > R^*$, $kk = nn - 1, nn - 2, \dots, 0$, то сигнал F_l заносится в стек алфавита A_R с номером $nn + 1$.

Таким образом, определяется алфавит A_R сигналов равной энергии со взаимными расстояниями не меньше заданного и с общим количеством элементов (емкостью алфавита) L_R .

Рассмотренные алгоритмы реализуются авторской программой Alphabet (язык программирования C#, платформа программирования Visual Studio). Вариант состояния окна программы показан на рис. 2.

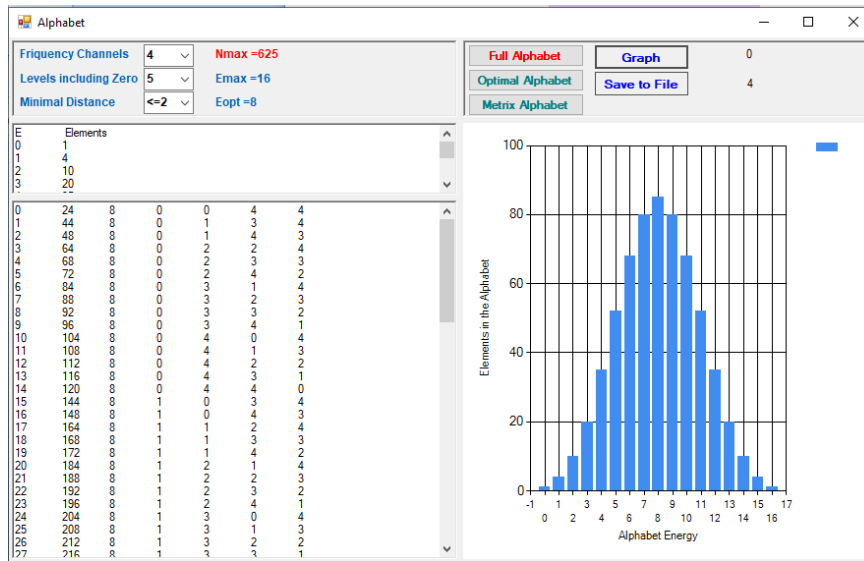


Рис. 2. Окно программы Alphabet

Программа Alphabet позволяет определять коэффициенты полного алфавита (1), частного алфавита сигналов равной энергии с максимальным количеством элементов, а также выделять алфавит сигналов, расстояние между которыми больше 2 единиц. Результаты работы программы в табличном виде могут быть сохранены во внешнем файле для последующей обработки. В графическом окне выводится гистограмма распределения количества сигналов равной энергии по уровням энергии. Примеры таких гистограмм для разных характеристик алфавитов $\{N, M\}$ даны на рис. 3.

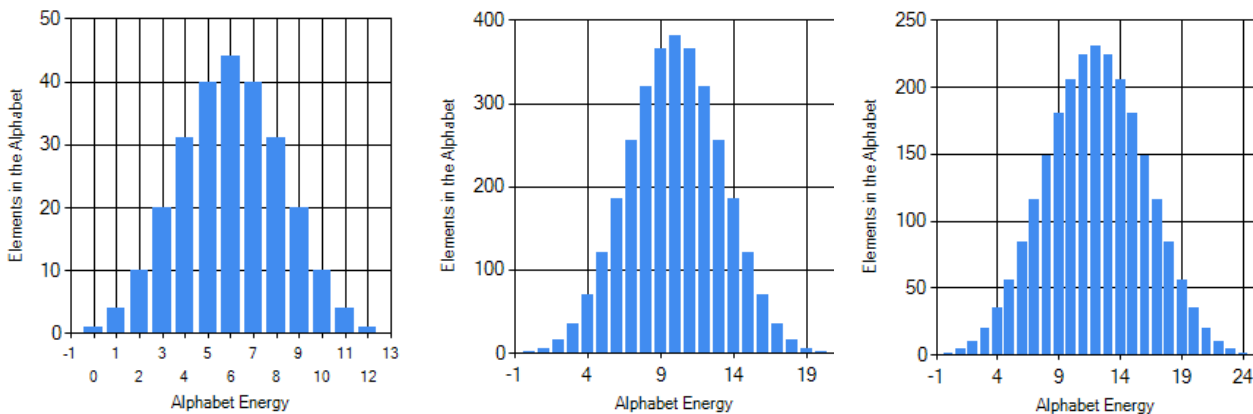


Рис. 3. Гистограммы распределения энергии частных алфавитов полного алфавита с характеристиками {4,4}, {5,5} и {4,7}

Сводка некоторых результатов работы программы Alphabet дана в табл. 2.

Таблица 2

Примеры расчета параметров алфавитов с характеристиками $\{N, M\}$

$\{N, M\}$	L_{max}	E_{max}	L_{opt}	E_{opt}	L_{R_2}	$\{N, M\}$	L_{max}	E_{max}	L_{opt}	E_{opt}	L_{R_2}
3,3	27	6	7	3	3	5,3	243	10	51	5	11
3,4	64	9	12	5	4	5,4	1024	15	155	8	30
3,5	125	12	19	6	7	5,5	3125	20	381	10	70
3,6	216	15	27	8	8	5,6	7776	25	780	13	134
4,3	81	8	19	4	7	5,7	16807	30	1451	15	250
4,4	256	12	43	6	12	6,3	729	12	141	6	25
4,5	625	16	85	8	25	6,4	4096	18	680	9	84
4,6	1296	20	146	10	38	8,3	6561	16	1107	8	155

Анализ данных табл. 2 показывает, что при относительно небольшом количестве частотных дискрет N и количестве уровней M можно синтезировать частные алфавиты равной энергии с большим количеством элементов. При этом подмножество сигналов равной энергии со значительными взаимными расстояниями также может быть значительным. Например, для алфавита с 5-ю частотными дискретами и 7-ю уровнями количество сигналов равной энергии 1451, а количество значительно различающихся сигналов

250. Таким образом, скорость передачи может быть увеличена в данном простом случае примерно в 10,5 раза по сравнению с бинарным кодированием. Для подмножества сигналов с большими взаимными расстояниями эта скорость может быть увеличена более чем в 8 по сравнению с бинарным кодированием.

Методы распознавания сигналов алфавита на стороне приема

Распознавание элементов алфавита на стороне приема представляет отдельную техническую задачу.

Использование метрики (3) для сравнения сигнала F^* , полученного на стороне приема, и образа сигнала F_l позволяет решать задачу с максимальной скоростью. Действительно, вычисление функционала (3) требует простейших операций двоичной логики типа сложения одного числа с обратным или дополнительным кодом другого числа. При этом коэффициенты разложения функций F_l на стороне приема сразу могут храниться в постоянном запоминающем устройстве (ПЗУ) в обратном или дополнительном коде.

Однако, данная метрика не инвариантна к затуханию сигнала в ОВ. Действительно, сигнал F^* на стороне приема это один из сигналов алфавита, но значительно ослабленный. Пусть в исходном алфавите он имеет номер k . Тогда на стороне приема $F^* = \gamma \cdot F_k$, где $\gamma \ll 1$ – линейный коэффициент передачи, связанный очевидным образом с коэффициентом затухания. Представим коэффициенты разложения принятого сигнала в виде: $b_n = \gamma^2 a_{k,n}$, $n = 1, 2, \dots, N$. Коэффициенты принятого сигнала $a_{k,n}$ выразим через коэффициенты образа сравнения: $a_{k,n} = a_{l,n} + \Delta a_n$. В силу условия равенства энергий

$\sum_{n=1}^N \Delta a_n = 0$. С учетом очевидного неравенства $|a - b| \leq |a| + |b|$ и знаков величин для метрики (3)

получается справедливо:

$$R(F_l, F^*) = \sum_{n=1}^N |a_{l,n} - \gamma^2 a_{l,n} - \Delta a_n| \leq (1 - \gamma^2) \sum_{n=1}^N a_{l,n} + \gamma^2 \sum_{n=1}^N |\Delta a_n| = (1 - \gamma^2) \sum_{n=1}^N a_{l,n} + \gamma^2 R(F_l, F_k).$$

Тогда при значительном ослаблении ОС, $\gamma^2 \ll 1$, $R(F_l, F^*) \approx E_l$ независимо от номера образа сравнения l . То есть, ОС на стороне приема оказываются практически неразличимыми. С другой стороны, если $\gamma = 1$, то $R(F_l, F^*) \equiv R(F_l, F_k)$, то есть, метрика сохраняется. Вывод: для использования метрики (3) требуется почти идеальное предварительное усиление принятого сигнала с коэффициентом усиления $1/\gamma$, что не всегда возможно.

Для распознавания сигналов давно используются корреляционные методы [17]. Результаты распознавания при этом инвариантны к затуханию сигнала. Для алфавита (1) преобразование Фурье свертки сигналов во временной области дает произведение спектральных плотностей [18]. Тогда для распознавания

принятого сигнала со спектральной плотностью $F^*(f) = \sum_{n=1}^N b_n A(f_n)$ выполняется последовательное или

параллельное сравнение с образами частного алфавита по Задаче (2) с помощью вычисления функционалов:

$$Q_l = \int_{-\infty}^{\infty} F^*(f) \cdot F_l(f) df = \gamma \int_{-\infty}^{\infty} F_k^*(f) \cdot F_l(f) df, \quad (7)$$

где $F_k^*(f)$ – один из сигналов алфавита A_{opt} по Задаче 2. Но с учетом ортогональности и нормировки атомарных функций алфавита (1) функционал (7) представляется суммой произведений коэффициентов:

$$Q_l = \gamma \sum_{n=1}^N c_{k,n} \cdot c_{l,n}. \quad (8)$$

Покажем, что функционал (8) достигает максимума только в том случае, если $F_k^* \equiv F_l$. Для этого при каждом индексе n определим среднее арифметическое значение $d_n = (c_{k,n} + c_{l,n})/2$. И пусть коэффициенты при этом индексе отличаются на некоторую величину $\delta_n = c_{k,n} - c_{l,n}$. Тогда коэффициенты при индексе n представляются в виде: $c_{l,n} = d_n - \delta_n/2$; $c_{k,n} = d_n + \delta_n/2$. Но тогда:

$$c_{k,n} \cdot c_{l,n} = (d_n + \delta_n / 2) \cdot (d_n - \delta_n / 2) = d_n^2 - \delta_n^2 / 4 \leq d_n^2, \quad (9)$$

причем равенство в выражении (9) достигается, только если $\delta_n \equiv 0$. То есть, когда $c_{k,n} \equiv c_{l,n}$. Распространяя неравенство (9) на все индексы n , получаем что максимум функционалов (7) и (8) достигается только для того случая, когда принятый сигнал совпадает с определенным элементом оптимального алфавита A_{opt} .

Определенным недостатком процедур вычисления функционалов (8) по сравнению с вычислением метрики (3) является необходимость выполнения операций умножения. В цифровых устройствах такие операции выполняются многократным сложением [16], что делает их неприемлемыми для высокоскоростных ВОСП. Перспективным представляется использование методов гомоморфной фильтрации [18], где используются прямые и обратные нелинейные преобразования. Так, предлагается [9] операцию умножения заменить операцией сложения логарифмов чисел $c_{k,n}$ и $c_{l,n}$, а результат сложения логарифмов потенцировать. Операция логарифмирования принятого сигнала после его разделения по частотным дискретам может выполняться практически безинерционно логарифмическими усилителями. В двоичной системе счисления операция потенцирования также выполняется с малой задержкой: путем смещения единицы младшего разряда на соответствующее число разрядов влево.

Выводы

Существующая тенденция уменьшения ширины частотных каналов DWDM приводит к значительному увеличению количества физических портов мультиплексоров. В ряде случаев представляется целесообразным уменьшение количества этих портов за счет агрегирования нескольких физических каналов в один логический канал. Одним из методов такого агрегирования является использование рассматриваемого класса алфавитов оптических сигналов. При этом важно сохранять энергетический баланс между различными сигналами алфавита.

Предложенные алгоритмы позволяют из общего множества сигналов выделять подмножества сигналов равной энергии. При этом вычислительные процедуры оптимизируются по количеству операций.

Многочисленные расчеты показывают, что даже при относительно небольшом количестве частотных дискрет и возможных уровней подмножества сигналов равной энергии могут содержать значительное количество элементов. При этом скорость передачи может быть увеличена на порядки по сравнению с бинарным кодированием.

На стороне приема при выполнении достаточно корректного предварительного усиления для распознавания сигналов можно применять простейшие линейные метрики. В общем случае проблема распознавания может решаться корреляционными методами с использованием процедур гомоморфной фильтрации.

Литература

1. Li Zhao, Ying Zhang, Wen Zhou, Probabilistically shaped 64QAM OFDM signal transmission in a heterodyne coherent detection system, *Optics Communications*, Volume 434, 2019, Pages 175-179, ISSN 0030-4018, <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2018.10.062>.
2. Jie Liu, Kangping Zhong, Zhenhua Dong, Changjian Guo, Alan Pak Tao Lau, Chao Lu, Yanzhao Lu, Signal power distribution based modulation format identification for coherent optical receivers, *Optical Fiber Technology*, Volume 36, 2017, Pages 75-81, ISSN 1068-5200, <https://doi.org/10.1016/j.yofte.2017.02.009>.
3. Jian Shen, Shibao Wu, Dan Li, Ultra-flat optical frequency comb generation based on phase modulation with simple digital driving signal, *Optik*, Volume 198, 2019, 163254, ISSN 0030-4026, <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2019.163254>.
4. Xuehua Zhu, Huicheng Yang, Guangzhen Dai, Guanling Wang, Experimental demonstration of optical single sideband signal generation based on multi-frequency phase modulation in optical fibers, *Optik*, Volume 182, 2019, Pages 712-715, ISSN 0030-4026, <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2019.02.012>.
5. Sha Zhu, Xiaojie Fan, Ming Li, Ning Hua Zhu, Wei Li, Optically controlled multi-carrier phase-shift-keying microwave signal generation by using cross-polarization modulation in highly nonlinear fiber, *Optics Communications*, Volume 469, 2020, 125805, ISSN 0030-4018, <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2020.125805>.
6. Peter J. Winzer, René-Jean Essiambre, 2 - Advanced optical modulation formats, Editor(s): Ivan P. Kaminow, Tingye Li, Alan E. Willner, In *Optics and Photonics, Optical Fiber Telecommunications V B (Fifth Edition)*, Academic Press, 2008, Pages 23-93, ISSN 15575837, <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-374172-1.00002-3>.
7. Zilong He, Wentao Liu, Sheping Shi, Bailin Shen, Xue Chen, Xiqing Gao, Qi Zhang, Dongdong Shang, Yongning Ji, Yingfeng Liu, Flexible multi-dimensional modulation method for elastic optical networks, *Optics Communications*, Volume 359, 2016, Pages 304-310, ISSN 0030-4018, <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2015.09.098>.
8. Власов Ю. Б. Методика формування опичного сигналу з заданими характеристиками / Ю.Б. Власов під кер. М.А. Одегова // Матеріали X Міжнародної науково-практичної конференції «Інфокомунікації – сучасність та майбутнє», Одеса, 16-19 листопада. – 2020. – С. 85-89.

9. Младінов Д.П. Дослідження кореляційного методу розпізнавання оптичних сигналів у спектральному просторі / Д.П. Младінов під кер. М.А. Одегова // Матеріали X Міжнародної науково-практичної конференції «Інфокомунікації – сучасність та майбутнє», Одеса, 16-19 листопада. – 2020. – С. 270-273.
10. Анисимова И.Д. Полупроводниковые фотоприемники: Ультрафиолетовый, видимый и ближний инфракрасный диапазоны спектра / И.Д. Анисимова, И.М. Викулин, Ф.А. Зайтов, Ш.Д. Курмашев: Под ред. В.И. Стафеева. – М.: Радио и связь, 1984. – 216 с.
11. Агравал Г. Нелинейная волоконная оптика / Агравал Г. – М.: Мир, 1996. – 323 с.
12. Одегов Н.А. Основы теории аппроксимации оптических сигналов гауссовыми импульсами / Н.А. Одегов // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2018. – № 5. – С. 42-72.
13. Легенда о шахматной доске / [Электронный ресурс] режим доступа: http://math4school.ru/legenda_o_shahmatnoj_doske.html
14. Беллман Р.Э. Динамическое программирование / Р.Э. Беллман. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1960. – 402 с.
15. Виленкин Н.Я. Комбинаторика / Н.Я. Виленкин. – М.: Наука, 1969. – 328 с.
16. Сединин В.И., Микушин А.В., Сажнев А.М. Цифровые устройства и микропроцессоры. — С.Петербург: БХВ, 2010. — 832 с.
17. Ширман Я.Д. Теоретические основы радиолокации / Я.Д. Ширман, В.Н. Голиков, И.Н. Бусыгин, Г.А. Костин и др. – М.: Советское радио, 1970. – 560 с.
18. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы: Учебник для ВУЗов – 4-е изд. / И.С. Гоноровский. – М.: Радио и связь, 1986. – 512 с.

References

1. Li Zhao, Ying Zhang, Wen Zhou, Probabilistically shaped 64QAM OFDM signal transmission in a heterodyne coherent detection system, *Optics Communications*, Volume 434, 2019, Pages 175-179, ISSN 0030-4018, <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2018.10.062>.
2. Jie Liu, Kangping Zhong, Zhenhua Dong, Changjian Guo, Alan Pak Tao Lau, Chao Lu, Yanzhao Lu, Signal power distribution based modulation format identification for coherent optical receivers, *Optical Fiber Technology*, Volume 36, 2017, Pages 75-81, ISSN 1068-5200, <https://doi.org/10.1016/j.yofte.2017.02.009>.
3. Jian Shen, Shibao Wu, Dan Li, Ultra-flat optical frequency comb generation based on phase modulation with simple digital driving signal, *Optik*, Volume 198, 2019, 163254, ISSN 0030-4026, <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2019.163254>.
4. Xuehua Zhu, Huicheng Yang, Guangzhen Dai, Guanling Wang, Experimental demonstration of optical single sideband signal generation based on multi-frequency phase modulation in optical fibers, *Optik*, Volume 182, 2019, Pages 712-715, ISSN 0030-4026, <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2019.02.012>.
5. Sha Zhu, Xiaojie Fan, Ming Li, Ning Hua Zhu, Wei Li, Optically controlled multi-carrier phase-shift-keying microwave signal generation by using cross-polarization modulation in highly nonlinear fiber, *Optics Communications*, Volume 469, 2020, 125805, ISSN 0030-4018, <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2020.125805>.
6. Peter J. Winzer, René-Jean Essiambre, 2 - Advanced optical modulation formats, Editor(s): Ivan P. Kaminow, Tingye Li, Alan E. Willner, In *Optics and Photonics, Optical Fiber Telecommunications V B (Fifth Edition)*, Academic Press, 2008, Pages 23-93, ISSN 15575837, <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-374172-1.00002-3>.
7. Zilong He, Wentao Liu, Sheping Shi, Bailin Shen, Xue Chen, Xiqing Gao, Qi Zhang, Dongdong Shang, Yongning Ji, Yingfeng Liu, Flexible multi-dimensional modulation method for elastic optical networks, *Optics Communications*, Volume 359, 2016, Pages 304-310, ISSN 0030-4018, <https://doi.org/10.1016/j.optcom.2015.09.098>.
8. Vlasov YU. B. Metodika formuvannya opichnogo signalu z zadanimi karakteristikami / YU.B. Vlasov pid ker. M.A. Odegova // Materiali X Mizhnarodnoї naukovo-praktichnoї konferencії «Інфокомунікації – suchasnist' ta majbutne», Odessa, 16-19 listopada. – 2020. – S. 85-89.
9. Mladinov D.P. Doslidzhennya korelyacijnogo metodu rozpiznavannya optichnih signaliv u spektral'nomu prostori / D.P. Mladinov pid ker. M.A. Odegova // Materiali X Mizhnarodnoї naukovo-praktichnoї konferencії «Інфокомунікації – suchasnist' ta majbutne», Odessa, 16-19 listopada. – 2020. – S. 270-273.
10. Anisimova I.D. Poluprovodnikovye fotopriemniki: Ul'trafiuletovyy, vidimyy i blizhnij infrakrasnyj diapazonny spektra / I.D. Anisimova, I.M. Vikulin, F.A. Zaitov, SH.D. Kurmashev: Pod red. V.I. Stafeeva. – М.: Radio i svyaz', 1984. – 216 s.
11. Agraval G. Nelinejnaya volokonnaya optika / Agraval G. – М.: Mir, 1996. – 323 s.
12. Odegov N.A. Osnovy teorii approksimacii opticheskikh signalov gaussovymi impul'sami / N.A. Odegov // Visnik Hmel'nic'kogo nacional'nogo universitetu. Tekhnichni nuki. – 2018. – № 5. – S. 42-72.
13. Legenda o shahmatnoj doske / [Elektronnyj resurs] rezhim dostupa: http://math4school.ru/legenda_o_shahmatnoj_doske.html
14. Bellman R.E. Dinamicheskoe programmirovanie / R.E. Bellman. – М.: Izd-vo inostrannoї literatury, 1960. – 402 s.
15. Vilenkin N.YA. Kombinatorika / N.YA. Vilenkin. – М.: Nauka, 1969. – 328 s.
16. Sedinin V.I., Mikushin A.V., Sazhnev A.M. Cifrovyje ustrojstva i mikroprocessory. — S.Peterburg: BHV, 2010. — 832 s.
17. SHirman YA.D. Teoreticheskie osnovy radiolokacii / YA.D. SHirman, V.N. Golikov, I.N. Busygin, G.A. Kostin i dr. – М.: Sovetskoe radio, 1970. – 560 s.
18. Gonorovskij I.S. Radiotekhnicheskie cepi i signaly: Uchebnik dlya VUZov – 4-e izd. / I.S. Gonorovskij. – М.: Radio i svyaz', 1986. – 512 s.

Надійшла / Paper received : 11.10.2020 р. Надрукована/Printed : 04.01.2021 р.