

**АВТОМАТИЗАЦІЯ, ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ ТА РАДІОТЕХНІКА**

DOI 10.31891/2307-5732-2021-293-1-145-150

УДК 629.396

Г.Г. БОРТНИК, М.В. ВАСИЛЬКІВСЬКИЙ, С.О. КИРИЛЮК

Вінницький національний технічний університет

**МЕТОД ПІДВИЩЕННЯ ПРОДУКТИВНОСТІ СПЕКТРАЛЬНОГО ОЦІНЮВАННЯ  
ВИПАДКОВИХ СИГНАЛІВ**

*У роботі представлено високопродуктивний метод спектрального оцінювання випадкових сигналів, який базується на процедурі комбінованого оброблення неперекривних підпоследовностей виборок сигналу у часовій і частотній області.*

*Аналіз ефективності запропонованого методу підтвердив, що завдяки розробленій процедурі цифрового оброблення сигналів вдається підвищити продуктивність спектрального оцінювання сигналів у 2,0÷9,0 разів залежно від об'єму аналізованої вибірки сигналу та числа оброблюваних підпоследовностей. Максимальний виграш у продуктивності досягається за умови, коли початковий масив даних розбивається на 64 підпоследовності.*

*Ключові слова: спектральна густина потужності, швидке перетворення Фур'є, випадкові сигнали, продуктивність.*

G.G. BORTNYK, M.V. VASYLKIVSKYI, S.O. KYRYLYUK

Vinnitsia National Technical University

**METHOD OF INCREASING THE PRODUCTIVITY OF SPECTRAL EVALUATION OF RANDOM SIGNALS**

*The paper presents a high-performance method of spectral estimation of random signals, which is based on the procedure of combined processing of non-overlapping subsequences of signal samples in the time and frequency domain.*

*It is shown that the traditional method of spectral estimation of signals requires powerful computing tools that are able to perform fast Fourier transform (FFT) according to the classical algorithm with high speed. But the implementation of this approach limits the frequency range of the analyzed signals. The high demands placed primarily on the performance of the means of spectral evaluation of random signals, encourage developers to reconsider traditional methods of using FFT. Despite the results obtained in these methods, the issue of improving the performance of digital spectral evaluation of random signals in real time remains relevant.*

*The aim of the work is to increase the productivity of spectral evaluation of random signals by reducing the number of operations in the implementation of all stages of digital signal processing.*

*The paper proposes an approach that combines the features of periodogram and correlogram estimation methods. The array of input data is divided into non-overlapping subsequences of samples in each. To determine the sample power spectrum, the FFT algorithm in a given frequency band is used. The proposed method is based on the use of a rectangular weight window. To reduce the variance of the estimate, it is necessary to carry out further processing using a correlation window. As a result, we obtain a weighted correlation estimate. At the last stage, the FFT of the correlation function is performed, which makes it possible to obtain the final expression for estimating the signal power spectrum.*

*The analysis of the efficiency of the proposed method confirmed that thanks to the developed method it is possible to increase the productivity of digital spectral evaluation of signals by 2.0 ÷ 9.0 times depending on the volume of the analyzed signal sample and the number of processed subsequences. The maximum performance gain is achieved when the initial data set is divided into 64 subsequences.*

*The proposed method can be used in radio and telecommunication systems for spectral evaluation of random signals in real time.*

*Keywords: power spectral density, fast Fourier transform, random signals, productivity.*

**Вступ**

Оцінювання спектральної густини потужності (СГП) випадкових сигналів знаходить широке використання в галузі радіотехніки та зв'язку і це відображено у відповідних публікаціях [1-3]. Цифрові методи оцінювання СГП дискретизованих сигналів базуються на використанні алгоритмів швидкого перетворення Фур'є (ШПФ) [4, 5]. Класичний підхід до цифрового спектрального оцінювання сигналів створює умови для отримання достовірних оцінок стосовно широкого класу аналізованих сигналів, що задовольняють умови стаціонарності та ергодичності при наявності досліджуваного масиву виборок великого обсягу. Водночас, методологічний підхід, що базується виключно на виконанні ШПФ характеризується рядом принципів обмежень, а саме: низьким частотним розрізненням та недостовірністю спектральних оцінок для кінцевих обсягів вибірок. Такі обмеження класичних спектральних методів є типовими для більшості задач спектрального оцінювання, оскільки досліджувані процеси в телекомунікаціях та радіолокації характеризуються малою тривалістю. Останнім часом запропоновано низку цифрових методів спектрального оцінювання, які послаблюють обмеження, що властиві спектральному оцінюванню на базі процедур ШПФ.

На практиці, у більшості випадків виникає необхідність використання спектрального оцінювання СГП сигналів у реальному масштабі часу [6, 7]. Проблематика ШПФ у реальному часі зумовлена обмеженою швидкістю програмно-апаратних засобів цифрового спектрального аналізу. Традиційний метод вирішення такої проблеми вимагає наявності потужних обчислювальних засобів, які здатні виконувати ШПФ за класичним алгоритмом з високою швидкістю. Але реалізація такого підходу обмежує частотний діапазон аналізованих сигналів до значень 0,1 – 1,0 МГц [8]. Високі вимоги, що висуваються насамперед до продуктивності засобів спектрального оцінювання випадкових сигналів, спонукають розробників

переглянути традиційні методи застосування ШПФ. Незважаючи на отримані певні результати, досягнуті в цих методах, питання підвищення продуктивності цифрового спектрального оцінювання СГП випадкових сигналів у реальному масштабі часу як і раніше залишається актуальним.

**Метою роботи** є підвищення продуктивності спектрального оцінювання випадкових сигналів за рахунок зменшення числа операцій при реалізації усіх етапів цифрового оброблення сигналів.

**Основна частина**

Найбільш поширеним методом оцінювання є періодограмний метод, згідно якого СГП для вхідних відліків  $x(n)$  та обсягу реалізації  $N$ , можна визначити так [5]:

$$S(k) = \left| \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \cdot e^{-j \frac{2\pi nk}{N}} \right|^2 = |X(k)|^2. \tag{1}$$

Періодограма є асимптотично незміщеною оцінкою СГП. Для великих масивів даних  $N$  її дисперсія наближається до квадрату істинної СГП [2]. Вибірковий спектр сигналу, обчислений за допомогою (1), буде давати статистично нестійкі оцінки СГП, оскільки у виразі відсутня операція математичного сподівання. Тому для підвищення статистичної стійкості оцінки СГП використовують метод модифікованих періодограм, згідно якого вхідна послідовність даних розбивається на підпослідовності. При цьому отримані підпослідовності перекриваються у часі і перед обчисленням періодограм кожна з підпослідовностей обробляється за допомогою віконної функції. Такі процедури зменшують дисперсію оцінки СГП. Але незважаючи на використання ШПФ при реалізації методу модифікованих періодограм, продуктивність даного методу є низькою і не дозволяє забезпечити режим оброблення випадкових сигналів у реальному масштабі часу.

У роботі пропонується підхід, що об'єднує особливості періодограмного і корелограмного методів оцінювання СГП. При цьому масив вхідних даних  $N$  ділиться на  $P$  неперекривні підпослідовності по  $B$  відліків у кожній (рис. 1).

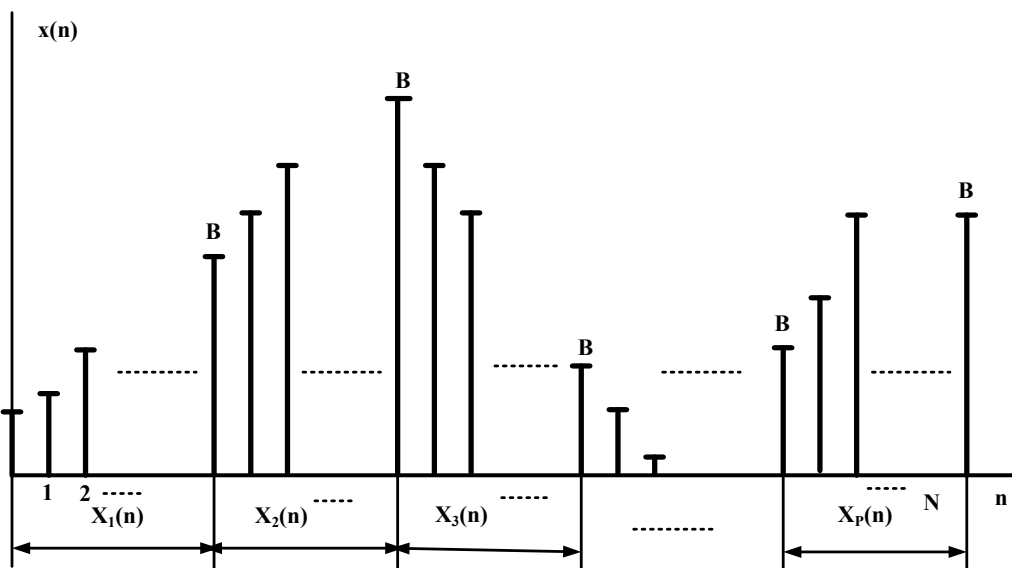


Рис.1. Розбиття масиву вхідних даних на підпослідовності

Відліки  $p$ -ї підпослідовності пов'язані зі вхідним масивом  $x(n)$  таким співвідношенням:

$$x_p(n) = x[n + B \cdot p], \tag{2}$$

де  $p = 1, 2, \dots, P$ .

Для кожної з підпослідовностей  $0 \leq p \leq P - 1$  обчислюється спектр потужності за формулою:

$$S_p(k) = \frac{1}{B} \left| \sum_{n=0}^{B-1} x_p[n] \cdot e^{-j \frac{2\pi nk}{B}} \right|^2. \tag{3}$$

Для визначення вибіркового спектра потужності згідно (3) використовується алгоритм ШПФ у заданій смузі частот. Аналіз СГП сигналу на певній частоті виконується шляхом усереднення виразу (3):

$$\hat{S}(k) = \frac{1}{P} \sum_{p=0}^{P-1} S_p(k). \quad (4)$$

Періодограми підпоследовностей можна вважати статистично незалежними, тому  $\hat{S}(k)$  можна розглядати як вибіркове середнє значення деякої сукупності з  $P$  незалежних спостережень вибіркового спектра  $S_p(k)$ . Статистична стійкість спектрального оцінювання згідно (2) – (4) буде покращуватись зі збільшенням числа підпоследовностей  $P$ . Водночас частотна роздільна здатність в результаті розбиття вхідного масиву на підпоследовності по  $B$  відліків у кожній, де  $B < N$ , звичайно буде погіршуватись. При фіксованому значенні  $N = P \cdot B$  забезпечується необхідне співвідношення між мінімальною дисперсією оцінки СПП сигналу (при максимально можливому значенні числа підпоследовностей) та високою спектральною роздільною здатністю (при обробленні великого масиву даних у підпоследовностях).

Наступним етапом оброблення сигналу є виконання зворотного ДПФ для  $S(k)$  з метою отримання симетричної оцінки кореляції

$$R(n) = \frac{1}{B} \sum_{k=0}^{B-1} S(k) \cdot e^{j \frac{2\pi kn}{B}}. \quad (5)$$

Слід зазначити, що запропонований метод базується на використанні прямокутного вагового вікна, тобто  $\omega_d(n) = 1$ . Для зменшення дисперсії оцінки СПП необхідно здійснити подальше оброблення за допомогою кореляційного вікна. Тобто, оцінка  $R(n)$  обробляється за допомогою симетричної кореляційної віконної функції  $\omega_c(n)$ . У результаті отримуємо зважену кореляційну оцінку

$$R_\omega(n) = R(n) \cdot \omega_c(n). \quad (6)$$

Кореляційне вікно  $\omega_c(n)$  є симетричною функцією у часі. Віконні функції  $\omega_d(n)$  і  $\omega_c(n)$  мають різні початкові точки відліку. Для вікна даних  $\omega_d(n)$  точкою відліку є значення  $n = 0$ . На відміну від функції  $\omega_d(n)$  для кореляційного вікна  $\omega_c(n)$  такою точкою є значення  $n = -B$ . Процедура синтезу ефективної віконної функції полягає у розв'язанні задачі пошуку обмеженої у часі функції, дискретне перетворення Фур'є якої найкраще апроксимує обмежену за частотою СПП сигналу. В теорії спектрального оцінювання широкого поширення набуло сімейство косинусних функцій зважування, які формуються на базі кінцевого тригонометричного ряду та представляються у такому вигляді [9]:

$$\omega(t) = \sum_{r=0}^R a_r \cdot \cos\left(\frac{2\pi r t}{T}\right), \quad (7)$$

де  $r$  – номер коефіцієнта ряду;  $T$  – часовий інтервал зважування оброблюваного сигналу.

Задача синтезу кореляційного вікна полягає в знаходженні коефіцієнтів, які забезпечують максимальну асимптотичну швидкість спадання бічних пелюсток СПП сигналу. Для знаходження коефіцієнтів вагової функції залежно від порядку вікна  $R$  необхідно розв'язати таку систему з  $R+1$  рівнянь:

$$\begin{cases} \sum_{r=0}^R a_r = 1 \\ \sum_{r=0}^R (-1)^r \cdot a_r = 0 \\ \vdots \\ \sum_{r=0}^R (-1)^r \cdot r^{2R-2} \cdot a_r = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Відомо, що швидкість спадання бічних пелюсток спектра пропорційна кількості косинусних членів у ваговій функції [10]:

$$V_S = V_R(2l - 1), \quad (9)$$

де  $V_R = -6 \frac{\partial B}{\text{окт}}$  – асимптотична швидкість спадання для прямокутної вагової функції.

Для ефективного корелограмного оброблення випадкового сигналу значення  $V_S \geq 40 \frac{\partial B}{\text{окт}}$ , тому порядок вікна  $R = 3$ . У результаті розв'язання системи (8) отримано коефіцієнти для кореляційної вагової функції

$$\omega_c(n) = 0,3125 - 0,46875 \cdot \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) + 0,1875 \cdot \cos\left(\frac{4\pi n}{N}\right) - 0,03125 \cdot \cos\left(\frac{6\pi n}{N}\right). \quad (10)$$

На останньому етапі виконується ДПФ для  $R_\omega(n)$ , що дає можливість отримати кінцевий вираз для оцінки СГП сигналу:

$$S_c(k) = \frac{1}{U_c} \sum_{n=0}^{B-1} R(n) \cdot \omega_c(n) \cdot e^{-j \frac{2\pi nk}{B}}, \quad (11)$$

де  $U_c = \frac{1}{B} \left| \sum_{n=0}^{B-1} \omega_c(n) \right|^2$  – енергія вагової функції.

Статистична стійкість оцінки  $S_c(k)$  забезпечується усередненням по підпоследовностям та частотним згладжуванням. Кореляційне зважування дозволяє керувати рівнем бічних паразитних пелюсток спектра потужності досліджуваного сигналу.

#### Аналіз ефективності запропонованого методу

Критерієм ефективності запропонованого методу є продуктивність, яку зручно оцінювати за числом операцій множення. Узагальненням цього критерію є коефіцієнт продуктивності, який демонструє вираш у кількості необхідних „довгих” операцій множення при застосуванні запропонованого методу спектрального оцінювання порівняно з методом періодограмно-корелограмного оцінювання сигналів [7]:

$$G_S = \frac{C_{PCE}}{C_{DSE}}, \quad (12)$$

де  $C_{PCE}$  – кількість „довгих” операцій множення при періодограмно-корелограмному оцінюванні сигналів;  $C_{DSE}$  – кількість операцій множення при застосуванні запропонованого методу.

Спектральний аналіз випадкових сигналів на базі періодограмно-корелограмного оцінювання вимагає  $4P \cdot B \cdot \log_2 B$  операцій множення для реалізації алгоритмів стрибкоподібного ШПФ та зворотного ДПФ [3]. Окрім того, виконуються операції віконного зважування даних та оброблення масиву за допомогою кореляційної віконної функції, які реалізуються з використанням  $4P \cdot B$  мнужень [8].

Для реалізації запропонованого методу спектрального оцінювання сигналів використовується прямокутне вікно даних, при якому операції множення не виконуються. Алгоритм ШПФ та зворотного ДПФ реалізується без перекриття підпоследовностей, тому необхідне число операцій множення дорівнює  $2N \cdot \log_2 N$ . Оброблення масиву за допомогою кореляційної віконної функції реалізується з використанням  $N$  операцій множення. Тоді коефіцієнт продуктивності запропонованого методу дорівнює

$$G = \frac{4P \cdot B \cdot [\log_2 B + 1]}{N \cdot [2 \log_2 N + 1]}. \quad (13)$$

Графік залежності коефіцієнта продуктивності від об'єму аналізованої вибірки сигналу для різного числа оброблювальних підпоследовностей представлено на рис.2.

Верхня крива побудована для значення  $P = 64$ , а криві, що розташовані нижче, відповідають кількості підпоследовностей 32 та 16. Як видно з графіків, продуктивність запропонованого методу підвищується зі збільшенням обсягу вибірки і дорівнює  $2 \div 4$  для мінімальної кількості підпоследовностей, тобто  $P = 16$ . При збільшенні числа оброблюваних підпоследовностей до 64, коефіцієнт продуктивності підвищується і знаходиться у межах  $4,5 \div 9,0$  залежно від об'єму аналізованої вибірки сигналу.

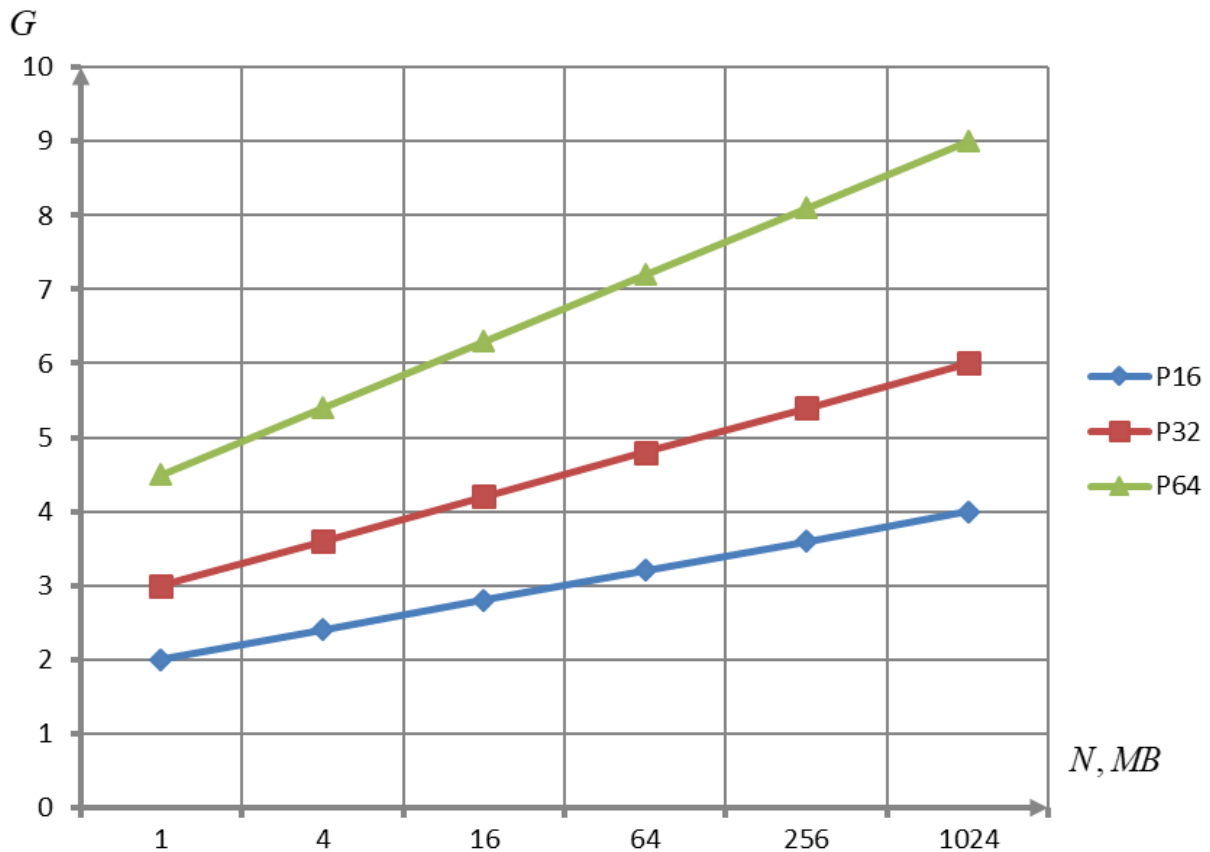


Рис.2. Залежність коефіцієнта продуктивності від об'єму аналізованої вибірки сигналу  $N$  для різного числа оброблюваних підпоследовностей

Таким чином, використання у запропонованому методі комбінованого оброблення неперекривних підпоследовностей у часовій і частотній області призводить до зменшення числа необхідних арифметичних операцій і як наслідок – до підвищення продуктивності спектрального оцінювання випадкових сигналів.

#### Висновки

У роботі представлено високопродуктивний метод спектрального оцінювання випадкових сигналів, який базується на процедурі комбінованого оброблення неперекривних підпоследовностей виборок сигналу у часовій і частотній області.

Аналіз ефективності запропонованого методу підтвердив, що завдяки розробленому методу вдається підвищити продуктивність цифрового спектрального оцінювання сигналів у  $2,0 \div 9,0$  разів залежно від об'єму аналізованої вибірки сигналу та числа оброблених підпоследовностей. Максимальний вииграш у продуктивності досягається за умови, коли початковий масив даних розбивається на 64 підпоследовності.

Запропонований метод можна використовувати у радіотехнічних і телекомунікаційних системах для спектрального оцінювання випадкових сигналів у режимі реального масштабу часу.

#### Література

1. Бендат Дж. Прикладной анализ случайных данных: пер. с англ. / Дж. Бендат, А. Пирсол. – М.: Мир, 1989. – 540 с. – ISBN 5-03-001071-8.
2. Бортник Г.Г. Мережі абонентського доступу: Навчальний посібник / Г.Г. Бортник, В.М. Кичак, О.В. Стальченко, Яблонський В.Ф. – Вінниця: УНІВЕРСУМ-Вінниця, 2009. – 201 с.
3. Бортник Г.Г. Системи передавання в електрозв'язку : Навчальний посібник / Г.Г. Бортник, О.А. Семенюк, О.В. Стальченко. – Вінниця : ВНТУ, 2006.- 138 с.
4. Бортник Г.Г. Методи та засоби первинного цифрового оброблення радіосигналів / Г.Г. Бортник, М.В. Васильківський, В.М. Кичак. – Вінниця: ВНТУ, 2016. – 168 с.
5. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: пер. с англ. / С.Л. Марпл-мл. – М.: Мир, 1990. – 584 с. – ISBN 5-03-001191-9.
6. Бортник Г.Г. Метод оцінювання детермінованих складових фазового дрижання у цифрових системах передавання / Г.Г. Бортник, М.В. Васильківський, О.Г. Бортник. – Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2012, № 3. – С.45-48.
7. Бортник Г.Г. Методи та засоби підвищення ефективності оцінювання фазового дрижання сигналів у телекомунікаційних системах: Монографія / Г.Г. Бортник, М.В. Васильківський, В.М. Кичак. –

Вінниця: ВНТУ, 2015. - 140 с.

8. Айфичер Э. Цифровая обработка сигналов : пер. с англ. / Э. Айфичер, Б. Джервис. – М. : Вильямс, 2004. – 992 с.

9. Бортник Г.Г. Методи та пристрої оцінювання характеристик імпульсно-кодових модуляторів широкосмужових сигналів : Монографія / Г.Г. Бортник, В.М. Кичак, Н.О. Пунченко. – Вінниця: ВНТУ, 2014. – 147 с.

10.10. Бортник Г.Г. Метод цифрового спектрального аналізу вузькосмужових сигналів / Г.Г. Бортник, О.Г. Бортник, О.В. Стальченко. – Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2016. – № 4. – С.97-101.

#### References

1. 1. Bendat Dzh. Prykladnoi analiz sluchainykh dannykh: per. s anhl. / Dzh. Bendat, A. Pysol. – М.: Myr, 1989. – 540 s. – ISBN 5-03-001071-8.

2. Bortnyk G.G. Merezhi abonentskoho dostupu: Navchalnyi posibnyk / G.G. Bortnyk, V.M. Kychak, O.V. Stalchenko, Yablonskyi V.F. – Vinnytsia: UNIVERSUM-Vinnytsia, 2009. – 201 s.

3. Bortnyk G.G. Systemy peredavannia v elektrozviazku : Navchalnyi posibnyk / G.G. Bortnyk, O.A. Semeniuk, O.V. Stalchenko. – Vinnytsia : VNTU, 2006. – 138 s.

4. 4. Bortnyk G.G. Metody ta zasoby pervynnoho tsyfrovoho obroblennia radiosyhnaliv / G.G. Bortnyk, M.V. Vasylykivskyi, V.M. Kychak. – Vinnytsia: VNTU, 2016. – 168 s.

5. Marpl-ml. S.L. Tsyfrovoy spektralnyi analiz y eho prylozhenia: per. s anhl. / S.L. Marpl-ml. – М.: Myr, 1990. – 584 s. – ISBN 5-03-001191-9.

6. Bortnyk G.G. Metod otsiniuvannia determinovanykh skladovykh fazovoho dryzhannia u tsyfrovyykh systemakh peredavannia / G.G. Bortnyk, M.V. Vasylykivskyi, O. G. Bortnyk. – Vymiriuvalna ta obchysliuvalna tekhnika v tekhnolohichnykh protsesakh. – 2012, № 3. – S.45-48.

7. Bortnyk G.G. Metody ta zasoby pidvyshchennia efektyvnosti otsiniuvannia fazovoho dryzhannia syhnaliv u telekomunikatsiinykh systemakh: Monohrafiia / G.G. Bortnyk, M.V. Vasylykivskyi, V.M. Kychak. – Vinnytsia: VNTU, 2015. – 140 s.

8. Ayficher E.S. Tsifrovay obrabotka signalov / E.S. Ayficher, B.W. Jervis. – М.: Williams, 2008. – 992 s.

9. Bortnyk G.G. Metody ta prystroi otsiniuvannia kharakterystyk impulsno-kodovykh modulatoriv shyrokosmuhovykh syhnaliv : Monohrafiia / G.G. Bortnyk, V.M. Kychak, N.O. Puchenko. – Vinnytsia: VNTU, 2014. – 147 s.

10. 10. Bortnyk G.G. Metod tsyfrovoho spektralnoho analizu vuzkosmuhovykh syhnaliv / G.G. Bortnyk, O.G. Bortnyk, O.V. Stalchenko. – Visnyk Vinnytskoho politekhnichnoho instytutu. – 2016. – № 4. – S.97-101.

Рецензія/Peer review : 19.01.2021 р.

Надрукована/Printed :10.03.2021 р.