

ТИМОЩУК О.Г.

Хмельницький національний університет

ORCID: 0000-0003-0149-8878

e-mail: alex.tymoschuk@gmail.com

РОЗРОБКА І АНАЛІЗ ТОЧНОСТІ ІНЖЕНЕРНИХ МЕТОДІВ ВИЗНАЧЕННЯ МІЖКОНТАКТНОГО ОБ'ЄМУ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ГЕРМЕТИЧНОСТІ БЕЗЗМАЩУВАЛЬНИХ ПОРШНЕВИХ УЩІЛЬНЕНЬ

На основі теорії стохастичних процесів розроблені методи інженерного розрахунку міжконтактного об'єму для розрахунку герметичності беззмащувальних циліндро-поршневих ущільнень компресорів. Результатом є створення методів розрахунку герметичності (тривалості натікання газу) в беззмащувальних циліндро-поршневих металополімерних ущільненнях, а також оцінка точності створених методів для поршневих ущільнень. В статті розглядається пружний контакт сильно анізотропної шорсткої поверхні (полімерна поверхня) з гладкою (металевою) поверхнею. Досліджена залежність міжконтактного об'єму газу від комплексу умов контактування на основі теорії стохастичних полів. Виконана оцінка похибки, яка виникає при заміні точної формули розрахунку міжконтактного об'єму наближеною формулою. Значення, розраховані за точною та розрахунковою формулою зведеного натікання різняться не більше, ніж на 0,17 відсотків. Теоретично обґрунтовані і розроблені точні методи розрахунку герметичності беззмащувальних циліндро-поршневих ущільнень для молекулярного та в'язкісного режимів плинущого газу, що є основою для практичних розрахунків герметичності ущільнень беззмащувальних пневмокомпресорів. Досліджена залежність міжконтактного об'єму, ефективного рівня деформації та середньої висоти зазору від комплексу умов контактування. Встановлено, що при малих навантаженнях рівень деформації h , ефективний рівень деформації u , зведений міжконтактний об'єм $V/\sqrt{m_0}$ та зведена середня висота зазору $H_s/\sqrt{m_0}$ чисельно рівні. Значення, розраховані за точною та розрахунковою формулою міжконтактного об'єму різняться не більше, ніж на 0,17 відсотків при $K > 1$ та не більше, ніж на 0,00029 відсотків при $K > 1$.

Ключові слова: контакт; спряжені контактуючі поверхні; рівень деформації; питома площа шорсткої поверхні контакту; зведений модуль Юнга; відносна фактична площа контакту; герметичність циліндро-поршневих ущільнень; міжконтактний об'єм; профілограма; теорія стохастичних полів

OLEKSANDR TYMOSHCHUK

Khmelnytskyi National University

DEVELOPMENT AND ANALYSIS OF THE ACCURACY OF ENGINEERING METHODS FOR DETERMINATION OF INTERACTION VOLUME FOR CALCULATION OF THE TIGHTNESS OF NON-LUBRICATING CYLINDER-PISTON SEALS

Based on the theory of stochastic processes, methods of engineering calculation of the contact volume for the calculation of the tightness of non-lubricating cylinder-piston seals of compressors have been developed. The result is the creation of methods for calculating the tightness (duration of gas flow) in non-lubricating cylinder-piston metal-polymer seals, as well as assessing the accuracy of the created methods for piston seals. The article considers the elastic contact of a strongly anisotropic rough surface (polymer surface) with a smooth (metal) surface. The dependence of the intercontact gas volume on the complex of contact conditions based on the theory of stochastic fields is investigated. An estimate of the error that occurs when replacing the exact formula for calculating the contact volume with an approximate formula is performed. The values calculated according to the exact and calculated formula of the consolidated inflow differ by no more than 0.17 percent. Accurate methods for calculating the tightness of non-lubricating cylinder-piston seals for molecular and viscous modes of gas flow, which is the basis for practical calculations of the tightness of the seals of non-lubricating pneumatic compressors, are theoretically substantiated and developed. The dependence of the contact volume, the effective level of deformation and the average height of the gap on the set of contact conditions has been studied. It is established that at low loads the deformation level, the effective deformation level, the reduced contact volume and the reduced average gap height are numerically equal. The values calculated by the exact and calculated formula of the contact volume differ by no more than 0.17 percent at $K \approx 1$ and no more than 0.00029 percent at $K > 1$.

Keywords: contact; conjugate contact surfaces; level of deformation; specific area of the rough contact surface; Jung's consolidated module; relative actual contact area; tightness of cylinder-piston seals; contact volume; profilogram; stochastic field theory

Формулювання цілі статті

На основі теорії стохастичних полів необхідно розробити методи розрахунку герметичності беззмащувальних поршневих ущільнень для зручних інженерних методик обрахунків та провести аналіз точності створених методів.

Виклад основного матеріалу

Величину міжконтактного об'єму V можна обраховувати наступним чином за формулою:

$$V = V_s(h) - V'(h), \quad (1)$$

де $V_s(h)$ – об'єм простору, обмеженого шорсткою поверхнею і площиною, що перетинає поверхню на рівні h ;

$V'(h)$ – об'єм тієї частини деформованого матеріалу, яка буде витиснута в міжконтактний спряжений простір.

В наступному [1] отримаємо:

(2)

В свою чергу об'єм $V'(h)$ можна розрахувати як різницю між об'ємом матеріалу, розташованого вище площини, що перетинає шорстку поверхню на рівні h $V_w(h)$ і об'ємом $V''(h)$ тієї частини деформованого матеріалу, яка буде пружно стиснута:

(3)

У відповідності ми маємо:

(4)

Об'єм $V''(h)$ можна обрахувати за формулою:

$$V''(h) = \int_{h m_0^{1/2}}^{\infty} \eta(z) dz = \int_{h m_0^{1/2}}^{\infty} \eta(\varepsilon) d(m_0^{1/2} \varepsilon) = m_0^{1/2} \int_h^{\infty} \eta(\varepsilon) d\varepsilon \quad (5)$$

В (5) позначено z – висота точок шорсткої поверхні, відміряна від середньої площини недеформованої поверхні; $\varepsilon = z m_0^{-1/2}$ – безрозмірна висота точок шорсткої поверхні; $\eta(\varepsilon)$ – відносна фактична площа контакту, що відповідає рівню ε .

Відносна фактична площа контакту зв'язана з рівнем деформації співвідношенням [2]:

$$\eta(h) = \frac{1}{4} \left[1 + (2a - 1) \exp(h_g - h) \right] \operatorname{erfc} \left(\frac{h}{\sqrt{2}} \right), \quad (6)$$

де

$$a = 2e^{-h_g/\sqrt{2}}; \quad (7)$$

$h_g = -0,845$ – граничний рівень деформації (рівень деформації, при якому площа контакту рівна площі перерізу).

В результаті підставлення формули (6) в (5) і виконання елементарних перетворень, отримаємо:

$$\frac{4V''(h)}{m_0^{1/2}} = \int_h^{\infty} \operatorname{erfc} \left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{2}} \right) d\varepsilon + (2a - 1) \int_h^{\infty} \exp(h_g - \varepsilon) \operatorname{erfc} \left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{2}} \right) d\varepsilon \quad (8)$$

Використовуючи [3], обчислюємо інтеграли, що входять в формулу (8):

$$\int_h^{\infty} \operatorname{erfc} \left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{2}} \right) d\varepsilon = -\operatorname{herfc} \left(\frac{h}{\sqrt{2}} \right) + \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{h^2}{2} \right); \quad (9)$$

$$\int_h^{\infty} \exp(h_g - \varepsilon) \operatorname{erfc} \left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{2}} \right) d\varepsilon = \exp(h_g - h) \operatorname{erfc} \left(\frac{h}{\sqrt{2}} \right) - \exp \left(h_g + \frac{1}{2} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{h+1}{\sqrt{2}} \right) \quad (10)$$

Підставивши (9, 10) в (8), отримаємо формулу:

$$+ (2a - 1) \left[\exp(h_g - h) \operatorname{erfc} \left(\frac{h}{\sqrt{2}} \right) - \exp \left(h_g + \frac{1}{2} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{h+1}{\sqrt{2}} \right) \right] \quad (11)$$

Підставимо тепер (4) та (11) в (3):

$$V'(h) = \frac{m_0^{1/2}}{4} \left\{ \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{h^2}{2} \right) - \operatorname{herfc} \left(\frac{h}{\sqrt{2}} \right) - (2a - 1) \left[\exp(h_g - h) \operatorname{erfc} \left(\frac{h}{\sqrt{2}} \right) - \exp \left(h_g + \frac{1}{2} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{h+1}{\sqrt{2}} \right) \right] \right\} \quad (12)$$

З врахуванням (1, 2, 12) отримаємо формулу міжконтактного об'єму:

$$V = \frac{m_0^{1/2}}{4} \left\{ \left(\frac{2}{\pi} \right)^{1/2} \exp \left(-\frac{h^2}{2} \right) + h \left[3 + \operatorname{erf} \left(\frac{h}{\sqrt{2}} \right) \right] + (2a - 1) \left[\exp(h_g - h) \operatorname{erfc} \left(\frac{h}{\sqrt{2}} \right) - \exp \left(h_g + \frac{1}{2} \right) \operatorname{erfc} \left(\frac{h+1}{\sqrt{2}} \right) \right] \right\} \quad (13)$$

Розглянемо поведінку формули (13) в граничних випадках. При нескінченно великих навантаженнях, коли $h \rightarrow 0$, міжконтактний об'єм V прямує до нуля. При малих навантаженнях, коли $h \rightarrow \infty$, маємо:

$$V \rightarrow hm_0^{1/2}. \tag{14}$$

Для розрахунку рівня деформації запропонована [4] наступна формула:

$$h = \begin{cases} -7,947 + 4,215 \ln(6,048 - C), & (C < 0); \\ 0,615 \exp[-(0,518 + C)^{1,828}] - 0,845, & (C \geq 0) \end{cases}, \tag{15}$$

де

$$C = \ln(K); \tag{16}$$

$$K = \frac{183\sigma_n}{Eq}. \tag{17}$$

Оскільки безрозмірна величина K залежить від номінального напруження в контакті (σ_n), фізико-механічних властивостей матеріалів (зведеного модуля Юнга E) та шорсткості контактуючих поверхонь (градієнта поверхні q), то її називають комплексом умов контактування. Зведений модуль Юнга E розраховують за формулою:

$$\frac{1}{E} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2},$$

де ν_1, ν_2, E_1, E_2 – коефіцієнти Пуассона та модулі Юнга контактуючих матеріалів.

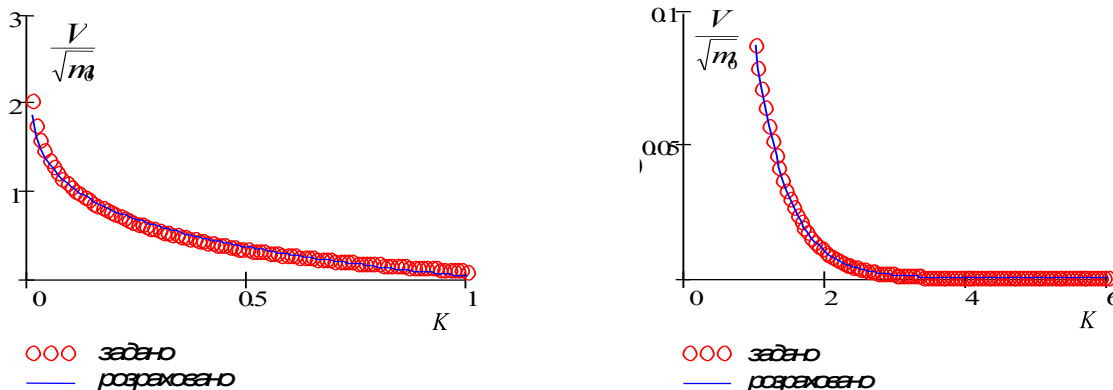
Використовуючи (13–16), можна дослідити залежність міжконтактного об'єму від умов контактування. В графічній формі залежність міжконтактного об'єму від комплексу умов контактування представлена на рис. 1. Графік, представлений на рис. 1, отриманий за допомогою програми Raut, написаної з використанням програмного продукту Mathcad Professional.

Залежність, що представлена на рис. 1, була апроксимована формулою:

$$\frac{V}{\sqrt{m_0}} = \begin{cases} -8,018 + 3,926 \ln(7,767 - C), & (C < 0); \\ 0,209 \exp[-(0,936 + C)^{2,259}] & (C \geq 0) \end{cases} \tag{18}$$

Формула (18) отримана в результаті розрахунків за програмами Appr_V_1, Appr_V_2, написаними з використанням програмного продукту Mathcad Professional. Вона якісно правильно описує поведінку рівня деформації при зміні номінального навантаження [5], оскільки з неї випливає, що:

$$\lim_{\sigma_n \rightarrow 0} V = \infty; \quad \lim_{\sigma_n \rightarrow \infty} V = 0.$$



а) $K < 1$ б) $K \geq 1$
 Рис. 2. Співставлення заданих та розрахованих значень міжконтактного об'єму

На рис. 2 були співставлені задані та розраховані значення міжконтактного об'єму. Під заданими слід розуміти значення, визначені за формулою (13). Під розрахованими – визначені за формулою (18). На основі проведеного аналізу точності визначення міжконтактного об'єму були отримані результати, що задані та розраховані значення практично збігаються. Величина похибок не перевищує 0,17 відсотків, яка виникає при заміні точної формули наближеною формулою (18).

Висновки

Із використанням моделювання шорстких спряжених поверхонь ущільнення стохастичним полем було розроблено метод розрахунку міжконтактного об'єму контактуючих поверхонь циліндро-поршневих ущільнень [5].

Для міжконтактного об'єму отримана розрахункова формула:

$$\frac{V}{\sqrt{m_0}} = \begin{cases} -8,018 + 3,926 \ln(7,767 - C), & (C < 0); \\ 0,209 \exp[-(0,936 + C)^{2,259}] & (C \geq 0) \end{cases}$$

де

$$C = \ln(K); K = \frac{18 \sigma_h}{E q}$$

Значення, розраховані за точною та розрахунковою формулою міжконтактного об'єму різняться не більше, ніж на 0,17 відсотків при $K < 1$ та не більше, ніж на 0,00029 відсотків при $K > 1$.

Досліджена залежність міжконтактного об'єму, ефективного рівня деформації та середньої висоти зазору від комплексу умов контактування. Встановлено, що при малих навантаженнях рівень деформації h , ефективний рівень деформації u , зведений міжконтактний об'єм $V/\sqrt{m_0}$ та зведена середня висота зазору $H_S/\sqrt{m_0}$ чисельно рівні.

Література

1. Семенюк Н.Ф. Описание топографии анизотропных шероховатых поверхностей трения с помощью модели случайного поля. Полная кривизна, главные кривизны и отношение главных кривизн в вершинах микронеровностей. Удельная площадь гауссовской поверхности и удельный объем зазора / Н.Ф. Семенюк, Г.А. Сиренко // Трение и износ. – 1980. – № 5. – С. 815–823.
2. Терлецкая Е.В. Исследование характеристик фрикционного упругого контакта шероховатых изотропных поверхностей : дис. ... канд. техн. наук / Терлецкая Е.В. – Хмельницкий, 1996. – 195 с.
3. Прудников А.П. Интегралы и ряды. Специальные функции / Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. – М. : Наука, 1983. – 752 с.
4. Семенюк Н.Ф. Исследование топографии поверхностей методом случайного поля и разработка расчётных методов оценки фактической площадки контакта при трении твёрдых тел. : дис. ... канд. техн. наук / Семенюк Н.Ф. – Якутск, 1983. – 149 с.
5. Тимошук О.Г. Розробка методів розрахунку та експериментального дослідження герметичності беззмасульвальних циліндро-поршневих ущільнень : дис. ... канд. техн. наук / Тимошук О.Г. – Хмельницький, 2003. – 386 с.

References

1. Semenyuk N.F., Sirenko G.A. Description of the topography of anisotropic rough friction surfaces using a random field model. Total curvature, principal curvatures, and ratio of principal curvatures at the vertices of microroughnesses. Specific area of the Gaussian surface and the specific volume of the gap. Friction and wear. 1980. № 5. P. 815–823.
2. Terletskaia E. Investigation of the characteristics of the frictional elastic contact of rough isotropic surfaces: Dis. ... cand. tech. science. Khmelnytsky, 1996. 195 p.
3. Prudnikov A.P., Brychkov Yu.A., Marichev O.I. Integrals and series. Special functions. M. Nauka, 1983. 752 p.
4. Semenyuk N. Research of topography of surfaces by a method of a random field and development of settlement methods of an estimation of an actual site of contact at friction of firm bodies: Dis. ... cand. tech. science. Yakutsk, 1983. 149 p.
5. Tymoshuk O. Development of methods for calculation and experimental study of the tightness of non-lubricating cylinder-piston seals: Dis. ... Cand. tech. science. Khmelnytsky, 2003. 386 p.

Рецензія/Peer review : 02.11.2021

Надрукована/Printed : 30.12.2021