

МЕЛЬНИК А. М.

Західноукраїнський національний університет

<https://orcid.org/0000-0001-7799-9877>e-mail: melnyk.andriy@gmail.com

АРХІТЕКТУРА ПРОГРАМНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ ДЛЯ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ НА ОСНОВІ ІНТЕРВАЛЬНОГО ТА ОНТОЛОГІЧНОГО ПІДХОДУ

В роботі обґрунтовано використання онтологічного підходу, як ефективного інструмент управління процесами побудови математичних моделей на основі інтервальних даних та використання цих моделей для прикладних задач. Використання онтологічної моделі дало можливість формалізувати процес отримання, зберігання та використання знань, які отримано в процесі математичного моделювання. У статті також представлено особливості побудови архітектури програмного забезпечення для математичного моделювання на основі інтервального аналізу та онтологічного підходу. Описано технологію створення програмного забезпечення на основі розробленої онтологічної надбудови для математичного моделювання з використанням інтервальних даних для різних об'єктів, а також різних форм реалізації інтерфейсу користувача. Наведено ряд діаграм, які ілюструють особливості використання онтологічного підходу на основі інтервальних даних та описано особливості його інтерпретації в прикладних сферах, зокрема, в задачах екологічного моніторингу.

Ключові слова: архітектура програмного забезпечення, математичне моделювання, інтервальний аналіз, онтологічний підхід.

Andriy MELNYK
West Ukrainian National University

SOFTWARE ARCHITECTURE FOR MATHEMATICAL MODELING BASED ON INTERVAL AND ONTOLOGICAL APPROACH

Mathematical knowledge is a term often used to describe various components of mathematical science, such as theorems, lemmas, axioms, proofs, etc.. By the term "knowledge from mathematical modeling" we understand the definition of a huge amount of knowledge, which is formalized both within the framework of a specific mathematical model and in the process of its construction, as well as related procedures of practical use. Compared to other forms of knowledge, such as rules, solution trees, mathematical knowledge is more abstract and more structured.

In general, the ontological approach to mathematical modeling refers to the use of ontology, as it is based on the terms of mathematical modeling and descriptions of relationships between the main processes of its course.. The general ontological approach to mathematical modeling from an applied point of view does not allow to manage the processes of building mathematical models, because it can only be used to describe the area of mathematical modeling.

From an applied point of view, most basic forms of mathematical knowledge are either embedded in specific software tools, such as models of aggregate operation in simulation software, or must be formally interpreted into a more general mathematical tool, following appropriate syntactic rules. Most of this type of knowledge relates to specific modeling tasks and is clearly implemented with the help of appropriate procedural descriptions, rather than declarative representations, unlike the philosophical vision of mathematical modeling.

The paper substantiates the use of the ontological approach as an effective tool for managing the processes of building mathematical models based on interval data and using these models for applied problems. The use of the ontological model made it possible to formalize the process of obtaining, storing and using knowledge obtained in the process of mathematical modeling. The article also presents the features of building a software architecture for mathematical modeling based on interval analysis and an ontological approach. The technology for creating software based on the developed ontological add-on for mathematical modeling using interval data for various objects, as well as various forms of user interface implementation, is described. A number of diagrams illustrating the peculiarities of using the ontological approach based on interval data are presented and the peculiarities of its interpretation in applied fields, in particular, in the tasks of environmental monitoring, are described.

Keywords: software architecture, mathematical modeling, interval analysis, ontological approach..

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями

Математичні знання - це термін, який часто використовується для опису різних складових математичної науки, таких як теореми, леми, аксіоми, доведення тощо [1]. Під терміном «знання з математичного моделювання» розуміємо означення величезної кількості знань, які формалізовані як в рамках конкретної математичної моделі, так і в процесі її побудови, а також пов'язані з ними процедури практичного використання. Порівняно з іншими формами знань, такими як правила, дерева розв'язків, математичні знання є більш абстрактними та більш структурованими [2,3,4].

В загальному випадку онтологічний підхід до математичного моделювання стосується використанням онтології, оскільки він будується на термінах математичного моделювання та описах взаємозв'язків між основними процесами його перебігу [4,5]. Загальний онтологічний підхід до математичного моделювання з прикладної точки зору не дозволяє здійснювати управління процесами побудови математичних моделей, оскільки за його допомогою можна лише описати область математичного моделювання.

Виходячи з прикладної точки зору, то більшість основних форм математичних знань або вбудовані у конкретних програмних засобах, таких як моделі роботи агрегату в імітаційному програмному забезпеченні, або мають бути формально інтерпретовані у більш загальний математичний інструмент, дотримуючись відповідних синтаксичних правил. Більшість такого типу знань стосується конкретних завдань моделювання і чітко реалізовані за допомогою відповідних процедурних описів, а не декларативних представлень на відміну від філософського бачення математичного моделювання [5].

Разом з тим застосування відомого інструментарію реалізованих програмних засобів недостатньо як для дослідників так і спеціалістів-практиків, оскільки сама онтологія процесу прихована в процедурах, модулях конкретного програмного продукту. Така функціональна специфіка суттєво звужує можливості практичного використання такого інструментарію дослідниками та практиками [6].

Виходячи із наведених вище припущень виникає актуальна науково-практична задача побудови та реалізації онтологічних моделей для конкретного розділу математичного моделювання, його окремих підходів. Застосування такого типу онтологічних моделей дозволить значно розширити можливості використання існуючого інструментарію.

Одним із напрямків математичного моделювання є індуктивний підхід, який ґрунтується на самоорганізованому процесі еволюційного переходу від первинних даних до явних математичних моделей, що відображають ті закономірності функціонування модельованих об'єктів і систем, які неявно містяться в наявних експериментальних, дослідних, статистичних даних [7-9].

Важливою особливістю при реалізації індуктивного підходу є природа невизначеності інформаційних масивів даних, оскільки він ґрунтується на методах аналізу самих даних. В ряді робіт [10] наведено онтологічний підхід для побудови математичних моделей в межах індуктивного підходу на основі методів групового урахування аргументів. В рамках запропонованого підходу визначено ключові параметри для основних складових процесу моделювання, які обумовлюють можливість узагальнення та доцільність конструювання багатофункціональних програмних модулів при розробці комп'ютерних засобів індуктивного моделювання на основі МГУА [8,10]. Оскільки запропонований підхід має складну структуру, яка інтерпретована з використанням Protege [11,12] та не містить прикладних програмно-інтерпретованих рішень, то його практичне використання в інших підходах до математичного моделювання є не достатньо доцільним. Використання такого підходу вимагає великих часових витрат на формалізацію самої предметної області та виходячи із складності її представлення в рамках системи Protege не сприятиме підтримці серед розробників відповідних прикладних програмних рішень [12].

Іншим напрямком в математичному моделюванні на основі індуктивного підходу є методи математичного моделювання на основі інтервальних даних [13-15]. Особливість цих методів полягає в множинному представленні оцінок параметрів моделі «вхід-вихід», побудованої за результатами експерименту, в якому вихідні змінні отримані у інтервальному вигляді [16].

В результаті застосування методів інтервального аналізу, замість однієї моделі «вхід-вихід», отримують коридор (множину) рівнозначних інтервальних моделей статичної системи. Властивості отриманих моделей залежать від обраного методу множинного оцінювання параметрів. Переважно множини оцінок параметрів шукають у вигляді многогранника, багатовимірного еліпсоїда чи прямокутного паралелепіпеда, який задає інтервали значень параметрів [16].

Враховуючи, що методи моделювання систем, побудовані на аналізі інтервальних даних, вимагають мінімальної кількості інформації про досліджувану систему, їх застосування суттєво розширює клас досліджуваних систем [15,16].

Разом з тим, ці методи для використання як дослідниками так і користувачами-практиками є значно обмеженим через відсутність розробленого онтологічного опису для даного напрямку математичного моделювання, який давав би можливості розширення сфери застосування існуючих інтервальних моделей для конкретної предметної галузі так і для розробки нових моделей. Прикладом в цьому випадку може слугувати сфера побудови математичних моделей для медицини чи екологічного моніторингу, зокрема опис математичних моделей на основі інтервальних даних для процесів забруднення атмосфери шкідливими викидами автотранспорту [16]. Багаторічний досвід авторів цієї праці у створенні та застосуванні такого типу моделей показав, що у випадку зміни стану середовища, чи умов отримання інтервальних даних, більшість побудованих інтервальних моделей втрачають точність, або стають взагалі неадекватними. Застосування онтологічної «надбудови» до процесу розробки та використання моделей суттєво розширює можливості моделювання характеристик згаданих систем та підвищує точність моделі у конкретних випадках. Простіше кажучи, онтологічна модель, як «надбудова» може використовувати функції «перемикача» для обрання найкращої моделі зі репозиторію, залежно від зміни умов середовища моделювання.

Потреба в автоматизованому, систематичному, багаторазовому використанні математичних моделей, як середовища отримання, накопичення та багаторазового використання знань цілком виправдана в контексті великої кількості інформації про процес та продукцію знань, що генеруються та зберігаються.

Формулювання цілей статті

Метою роботи є: проектування та програмна реалізація архітектури програмного забезпечення для математичного моделювання на основі інтервального та онтологічного підходу.

Виклад основного матеріалу

У запропонованому в роботі [17] онтологічному підході для представлення понять, методів та засобів математичного моделювання на основі інтервальних даних, а саме декларативної та процедурної частин, математичні знання відокремлені. Декларативна частина складається з інформації, яка необхідна для побудови моделі, інформації, отриманої з моделі та відповідних виразів, що представляють модель. Процедурна частина складається з деталізованих частин моделі, відповідних методів та алгоритмів їх реалізації, процедур ініціалізації змінних та їх інтерпретації. Серед інструментів, які використовують для побудови та використання онтології, найчастіше використовуються Protege та OntoStudio [12]. Ці засоби завдяки надійності, високій частоті використання, масштабованості та розширюваності можуть також використовуватися в процесі побудови відповідних онтологічних моделей для представлення та управління знаннями, які накопичують в процесі математичного моделювання [1,17]. Проте, зазначені засоби складно інтегрувати в програмно-апаратні комплекси, які, зокрема часто використовують в медицині, і де швидкість та якість прийняття управлінських рішень є першочерговим завданням. Тому в якості інструментарію для побудови онтології в даній роботі використовуються:

- засоби сучасних реляційних баз даних - для зберігання інформації;
- алгебра кортежів - для формалізованого представлення знань та подальшої їх програмної інтерпретації незалежно від вибраних програмних платформ для їх реалізації, а також з метою реалізації ефективних методів управління накопиченими знаннями;
- Python та Java в якості мов програмування для відповідної інтерпретації запропонованих методів та засобів.

Процедурна частина онтологічного підходу складається з механізму побудови на основі методів аналізу даних відношень, які аналізують рівняння в онтологічній інтерпретації математичних моделей та переводять їх у вирази, які можна інтерпретувати в інші зовнішні програмні середовища. Загальна схема такого підходу представлена на рисунку 1.

Підсистема управління процесами вибору моделей створює оператори для ініціалізації параметрів моделі з відповідними значеннями, створює асоціації між змінними індексами та величини, для яких він позначається, ініціалізує універсальні константи, збирає фактичні команди розв'язку моделі та знаходить відповідний розв'язок множини рівнянь. Такий програмно-інтерпретований онтологічний під надає нам багато корисних функцій, включаючи можливість символічної обробки, яка безпосередньо обробляє рівняння у різних форматах та розширюється можливістю сучасних мов програмування, таких як Java.

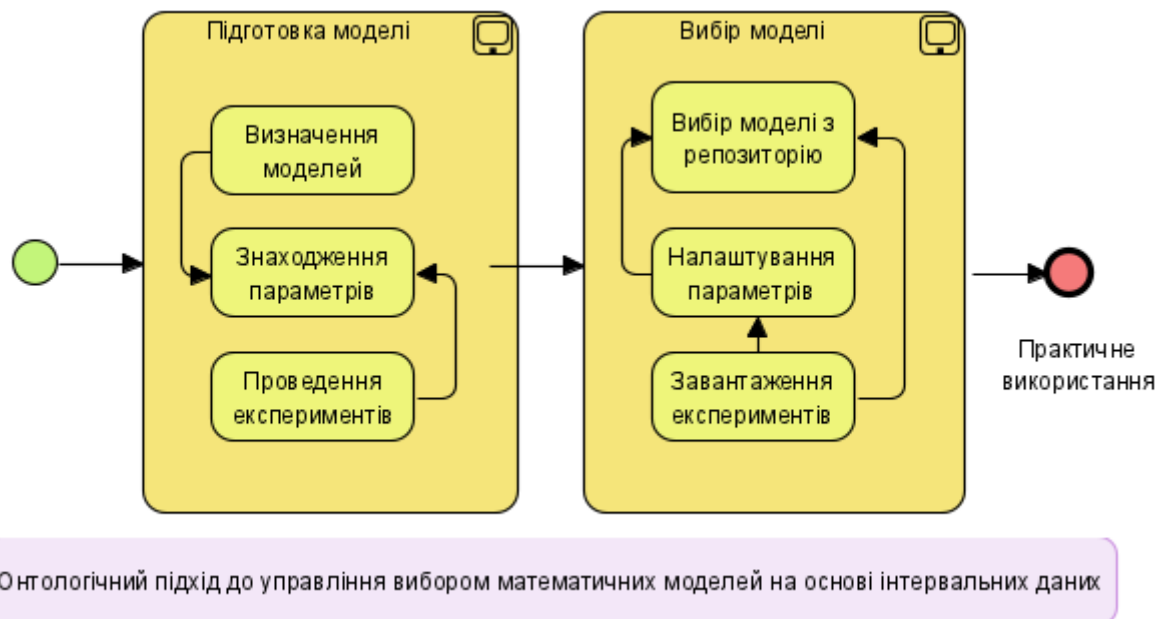


Рис. 1. Схема імплементації онтологічного підходу для математичного моделювання на основі інтервальних даних для практичного використання

Графічний інтерфейс користувача використовується для відображення результатів розв'язування (графіків або виразів) разом із збереженням повертається до онтології використання математичних моделей, а також використовується для вибору найкращого екземпляра моделі, яку необхідно розв'язати і яка найкраще підійде до використання в тій чи іншій практичній ситуації. Також можна змоделювати перебіг виконання тих чи інших операцій, що досить зручно для прийняття відповідних рішень.

На рисунку 2 представлено загальну діаграму використання програмної системи для моделювання на основі методів інтервального аналізу та онтологічного підходу. Основними користувачами системи є дослідник, адміністратор та користувач, які можуть виконувати визначений набір функцій, які представлено на рисунку.

Проблемою застосування онтологічного підходу є складність використання побудованої інтервальної моделі у випадку інших умов середовища. Наприклад, у праці [16] розглянуто застосування зазначеного методу для побудови моделі поширення забруднень шкідливих викидів автотранспорту із використанням моделювання добового циклу динаміки концентрацій шкідливих викидів NO₂ (діоксид азоту) на перехресті вулиць Руська – Замкова – Шашкевича, м. Тернопіль. Результати експериментів показали, що побудована у праці модель динаміки концентрацій діоксиду азоту не є універсальною, тобто не може бути використана для моделювання в інших точках міста, а бо за інших погодних умов. Це пов'язано із неврахуванням дії різних в тому числі і випадкових чинників, які є характерними для конкретної точки у якій здійснюється моделювання. До такого виду чинників відносять: природна вентиляція; наявність вертикальних та горизонтальних потоків повітря тощо.

Таким чином, для підвищення прогностичних властивостей моделей пропонуємо модифікувати вищеописаний підхід із використанням нелінійного елемента в моделі, який виконує функцію перемикача для обрання адекватної моделі, в залежності від умов її застосування. На рисунку 3 представлено схему взаємодії між зовнішніми інформаційними системами, середовищем моделювання, інформаційним репозиторієм та онтологічно-керованою підсистемою.

В інформаційному репозиторію зберігається база напрацьованих математичних моделей, яка включає такі основні компоненти: формалізовані математичні моделі (рівняння, функції, параметри, константи); графічна інтерпретація результатів моделювання (графіки, таблиці, різноманітні схеми); результати проведення експериментальних досліджень (опис предметної області, характеристики перебігу експериментів, результати застосування моделей).

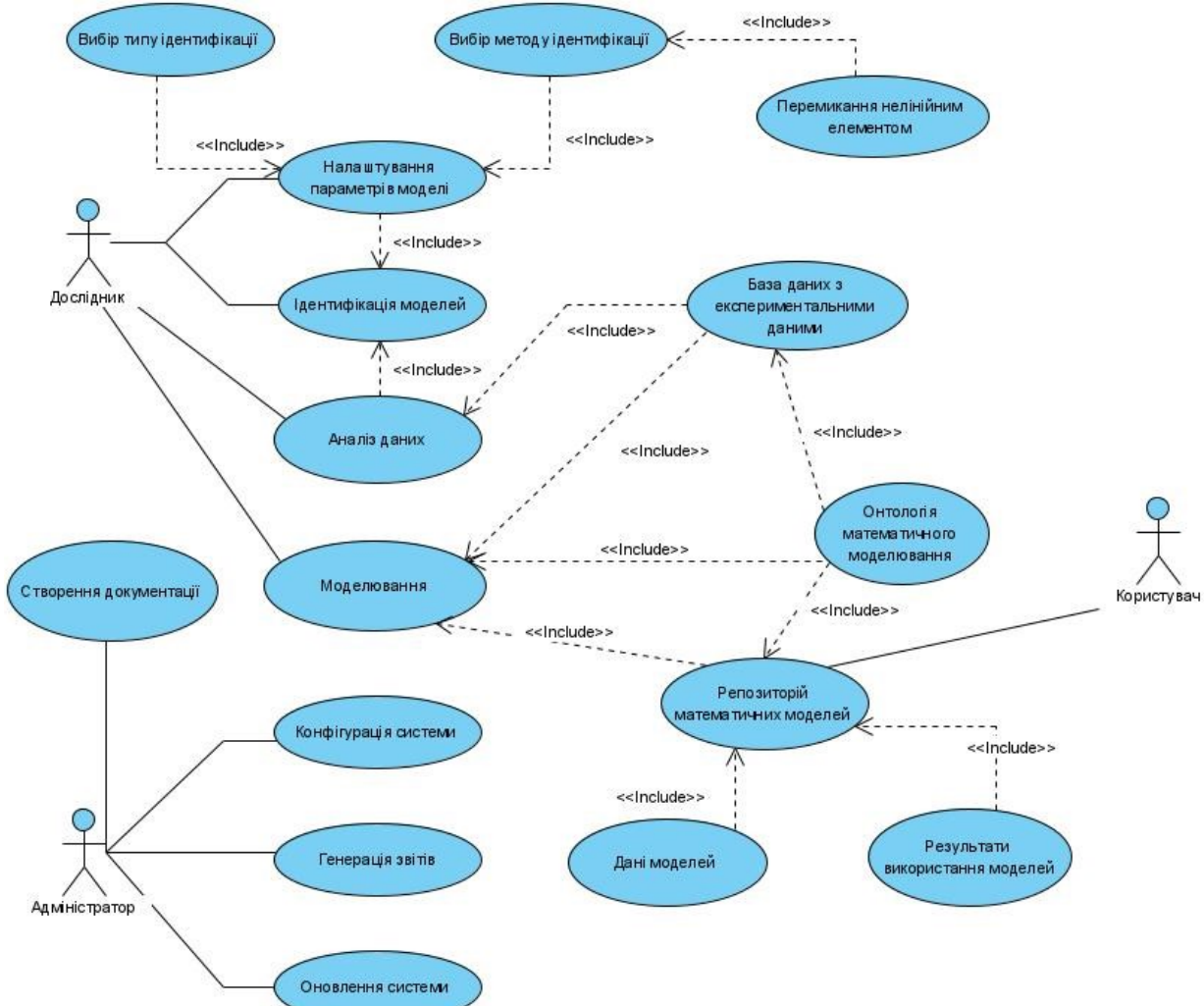


Рис. 2. Діаграма варіантів використання системи для математичного моделювання на основі інтервального аналізу та онтологічного підходу

Програмна онтологічно-керована система SmartOntologyModeller містить реалізацію декларативної та операційної онтології математичного моделювання на основі інтервального аналізу, а також включає підсистему взаємодії із зовнішніми інформаційними системами та підсистему комунікації з інформаційними репозиторієм з метою повторного використання математичних моделей та побудову нових.

Модель взаємодії програмних підсистем слугує для отримання інформації про принципи взаємодії, які виникають в процесі операції побудови та використання математичних моделей. Сюди відносять

інформацію про протоколи взаємодії, структуру пакетів для обміну даними та правила управління відповідним обміном.

Важливим елементом у цьому підході є онтологічна модель предметної області, яка враховує різні умови застосування інтервальних моделей. Розглянемо цей підхід детальніше. Онтологічно-керована система інтерпретує знання, які отримані в процесі використання інтервальних математичних моделей. Ці знання можна розділити на декларативну та процедурну частини. Декларативна частина складається з інформації, яка необхідна для реалізації розв'язку моделі, інформації отриманої з моделі та відповідні рівняння моделі. Процедурна частина складається з деталізованих особливостей моделі, відповідних використовуваних методів та алгоритмів пошуку розв'язків, ініціалізації змінних та їх відповідна інтерпретація.

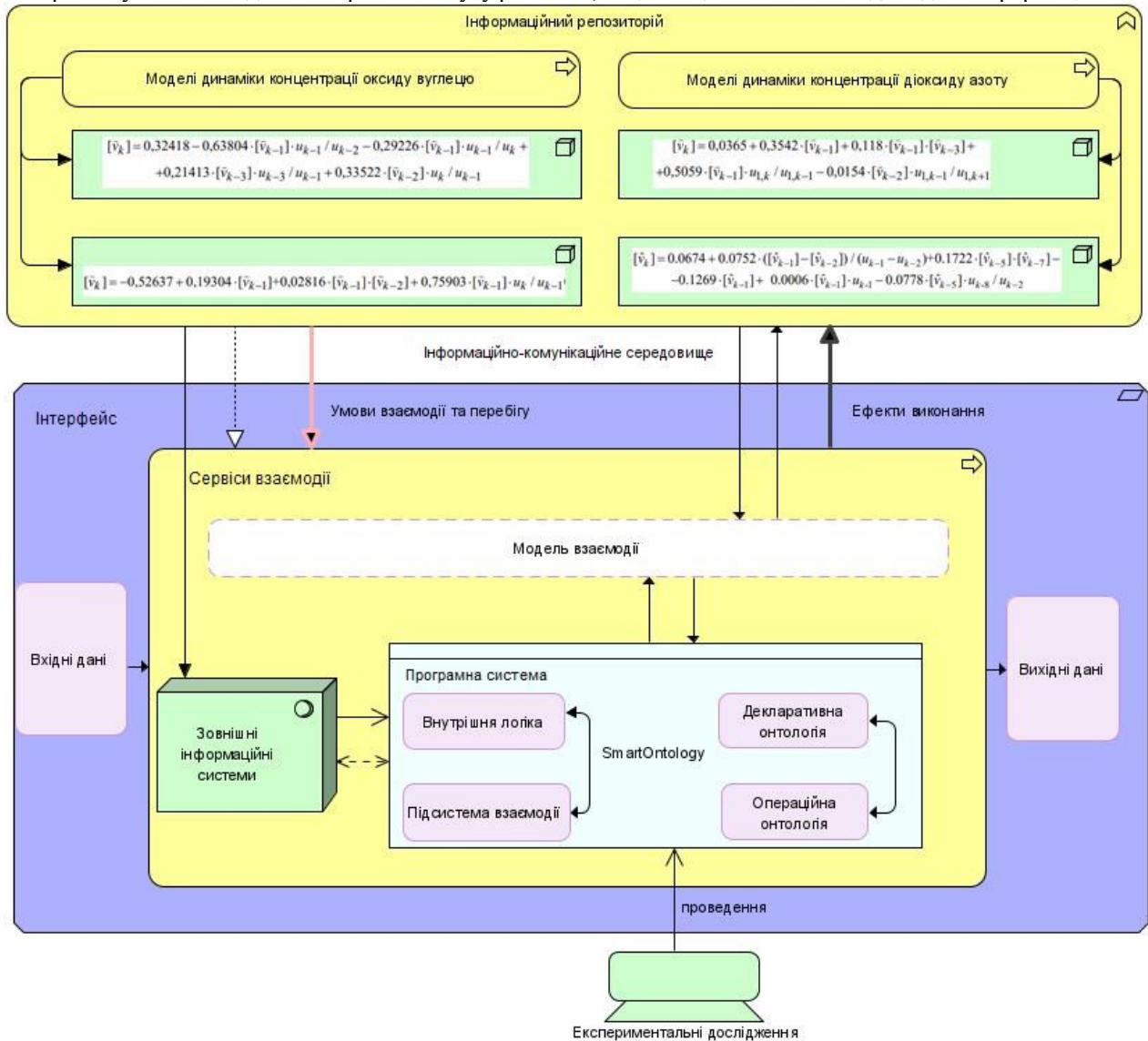


Рис. 3. Схема реалізації взаємодії онтологічно-керованої системи із зовнішніми інформаційними системами та відповідним інформаційним репозиторієм

Онтологічний підхід, забезпечує побудову моделі представлення предметної області, та слугує своєрідним нелінійним елементом інтервальної дискретної моделі, побудованої на основі аналізу інтервальних даних для розширення сфери застосування простіших моделей у певній предметній області.

Як зазначалося вище, для підвищення прогностичних властивостей моделей із забезпечення адекватності та достатньої для прийняття рішень точності поряд із методами управління вибором моделей із інформаційного репозиторію, пропонується модифікувати онтологічний підхід із використанням нелінійного елемента в моделі. Такий елемент слугуватиме засобом перемикавання в процесі вибору адекватної математичної моделі в залежності від умов її застосування.

Процес виділення нелінійного елемента повинен знаходитися в домені основних його характеристик та характеристик математичної моделі. До основних характеристик самого нелінійного елемента необхідно віднести:

- формуючі параметри, які можуть містити як вхідні, так і вихідні дані. Ці параметри можна отримувати як і з інформаційного репозиторію, так і в процесі взаємодії із зовнішніми інформаційними системами;

- гіпотези, які описують основні варіанти використання вибраного нелінійного параметра, а також інші специфічні припущення;
- об'єкти, які дозволяють виділити основні властивості досліджуваних характеристик та сформулювати основні цілі його впливу;
- дії, які визначають можливий набір операцій використання елемента;
- платформа, яка характеризує набір програмного забезпечення, яке можна використовувати в процесі імплементації математичної моделі;
- предметна область, яка характеризує сукупність пов'язаних між собою функцій, засобів управління, що розглядається в межах певного контексту;

До основних характеристик математичної моделі на основі інтервального підходу, які б корелювали з характеристиками виділеного нелінійного елемента необхідно віднести наступні:

- функції, які поряд із реалізацією виконання загально прийнятих математичних обчислень включають реалізацію основних процесів опису математичної моделі. Ту також необхідно враховувати ступінь осмислення та розуміння функцій, які враховуються на етапі вибору можливих варіантів використання.
- використання, яке дозволяє описати та оцінити основні особливості, які стосуються певної предметної області та зовнішніх інформаційних систем, в тому числі і зовнішніх середовищ моделювання;
- технічні характеристики, які включають кількісні (похибка, ймовірність) та якісні (точність, адекватність, складність) оцінки моделей в процесі їх побудови та практичного використання;

Дуже важливим етапом виокремлення нелінійного елемента інтервальної дискретної моделі є процес його узгодження, як окремого об'єкта з притаманними йому характеристиками та самої математичної моделі, яка має власну множину відповідних характеристик.

Такий процес можна формалізувати на основі відповідних формальних описів онтологічної моделі предметної області та онтологічного підходу для моделювання на основі інтервальних даних. Правила та оператори узгодженості згаданих характеристик можна описати на основі операцій класичної алгебри кортежів.

Іншою особливістю пропонованого підходу є те, що компоненти створеної таким чином моделі є повністю і повторно використовуваними, тобто рівняння, змінні, припущення з однієї моделі можуть бути використані повторно під час створення іншої моделі, або сформована база математичних моделей може бути повторно використана в процесі інтерпретації в інших інформаційних системах.

Підсистема управління перемиканням нелінійним параметром в процесі вибору математичних моделей ініціалізує оператори для формування параметрів моделі з відповідними значеннями, створює асоціації між змінними, формує фактичні команди побудови моделі та відповідний розв'язок множини рівнянь.

Також можна змоделювати перебіг виконання тих чи інших операцій, що досить зручно для прийняття відповідних рішень. Таким чином, вдається поєднати методи та засоби побудови дискретних моделей об'єктів з розподіленими параметрами у вигляді інтервальних різницевих рівнянь на основі поєднання онтологічного підходу та аналізу інтервальних даних.

Експериментальні дослідження

Практична реалізація онтології математичного моделювання на основі інтервальних даних призводить до формування спільних структурних елементів, виходячи із специфіки їх використання для специфічних предметних областей. В роботі здійснено практичну реалізацію програмного забезпечення, як один із варіантів використання напрацьованої бази модельних експериментів у різних предметних галузях в рамках пропоновано онтологічного підходу.

Онтологічний підхід дозволив здійснити побудову моделей представлення предметної області, а запропонована схема вибору нелінійного елемента інтервальної дискретної моделі, побудованої на основі аналізу інтервальних даних дозволив розширити сферу застосування простіших моделей у обраній предметній області.

В роботі було проведено ряд експериментальних досліджень, які стосувалися програмної реалізації методу перемикання нелінійним елементом математичної моделі в залежності від зміни умов перебігу чи факторів проведення експериментів. Система реалізована з використанням мови програмування Java, підключення Python інструментарію та реляційної бази дани MySQL.

Користувач вибирає екземпляр моделі та відповідний операційний приклад. Для вибраної моделі здійснюється виокремлення нелінійного елемента, який на основі правил узгодженості дозволяє будувати відповідні оператори з використанням відповідним бібліотек, які інтерпретують рівняння з формалізованих, проіндексованих частин, ініціалізувати відповідні параметри моделі, засновані на відповідному екземплярі операції, і, нарешті, дозволяють обрати відповідну модель для побудови необхідного розв'язку або здійснити уточнення та побудову нової моделі.

Отримані результати можна інтерпретувати у відповідному графічному інтерфейсі (графіки, таблиці, схеми, набір результуючих файлів), а також відображаються інші результати, які зберігаються назад в операційному екземплярі математичної моделі з відповідними уточненнями та розміщуються в інформаційному репозиторію з присвоєнням окремого ідентифікатора. Таке уточнення дозволить в майбутньому правильно обирати моделі в залежності від специфіки вибраних чи зміни істотних умов використання у відповідній предметній області.

Розглянемо приклад застосування онтологічного підходу для побудови інтервальної дискретної динамічної моделі для моделювання добового циклу динаміки концентрацій шкідливих викидів концентрацій діоксиду азоту на одному із перехресть з насиченим рухом автотранспорту в м. Тернопіль.

В інформаційному репозиторії для вказаного об'єкта дослідження знайдено декілька інтервальних математичних моделей. На рисунку 4 наведено формальне представлення вибраної моделі в середовищі SmartOntologyModeller.

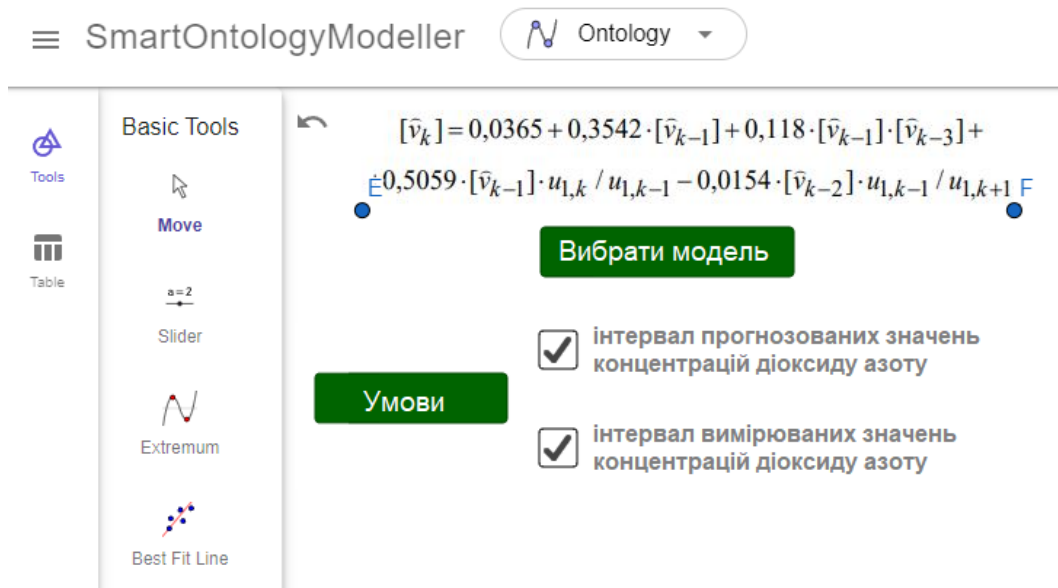


Рис. 4. Вибір інтервальної математичної моделі для моделювання добового циклу динаміки концентрацій шкідливих викидів концентрацій діоксиду азоту в середовищі SmartOntologyModeller

Наведена на рисунку 4 модель показує взаємозв'язок між концентрацією діоксиду азоту та інтенсивністю руху автотранспорту для різних точок міста. У результаті проведеного аналізу вибірки даних для розглянутого прикладу, вдалося з'ясувати причину неможливості побудови єдиної моделі для дослідження динаміки концентрацій діоксиду азоту на перехрестях внаслідок забруднень автотранспортом, а саме – через неоднозначність зв'язку між концентрацією діоксиду азоту та інтенсивністю руху автотранспорту для різних точок міста. Як витікає з проведеного аналізу, для усунення цієї проблеми необхідно здійснювати управління вибраним структурним елементом моделі.

На рисунку 5 представлено процедуру вибору нелінійного елемента інтервальної дискретної динамічної моделі та відповідне перемикання на інший екземпляр моделі.

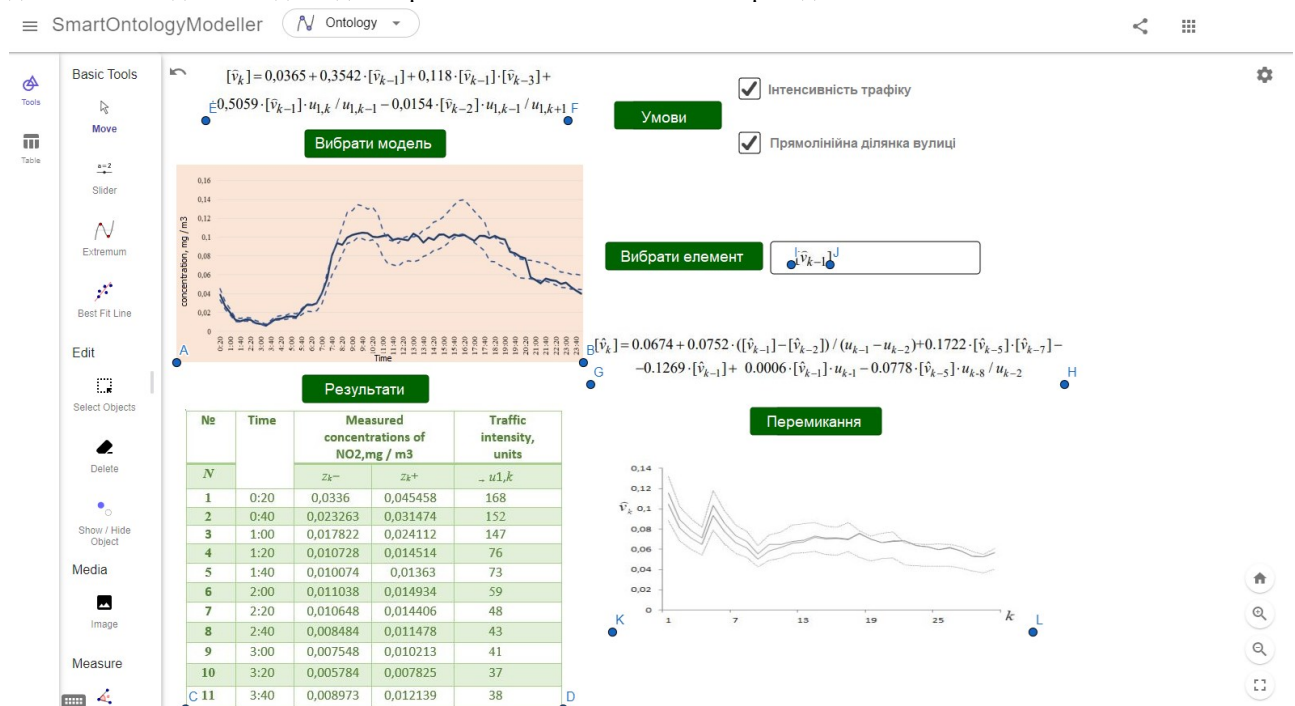


Рис. 5. Результати вибору нелінійного елемента дискретної динамічної моделі та відповідне перемикання на інший екземпляр математичної моделі в середовищі SmartOntologyModeller

Таким чином, отримані результати в межах онтологічного підходу та аналізу інтервальних даних дозволяють представляти предметну область, у вигляді комплексного нелінійного елемента інтервальної дискретної моделі, побудованої на основі аналізу інтервальних даних для розширення сфери застосування простіших моделей у обраній предметній області.

Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямі

Незважаючи на сучасний прогрес у більшості сфер використання та управління процесом математичного моделювання, управління знаннями у цій галузі є дуже перспективним напрямком наукових та практично-орієнтованих досліджень.

В рамках цієї роботи запропоновано архітектуру програмного забезпечення для математичного моделювання на основі інтервального аналізу та онтологічного підходу. Онтологічний підхід програмно імплементовано до формалізації як самих математичних моделей на основі інтервальних даних, так і формалізації особливостей їх використання. Такий підхід дозволяє значно спростити процес створення математичної моделі, маніпулювання, повторного використання та апробації у реалізованому програмному середовищі, так і спрощує процес синхронізації у відповідних зовнішніх програмно-інтерпретованих середовищах.

Література

1. Rittle-Johnson, Bethany. (2017). Developing Mathematics Knowledge. *Child Development Perspectives*. 11. 10.1111/cdep.12229.
2. Gorgorió, Núria & Albarraçin, Lluís & Ärlebäck, Jonas & Laine, Anu & Newton, Richard & Villarreal, Aitor. (2017). Fundamental Mathematical Knowledge: progressing its specification.
3. Heather C. Hill , Merrie L. Blunk , Charalambos Y. Charalambous , Jennifer M. Lewis , Geoffrey C. Phelps , Laurie Sleep & Deborah Loewenberg Ball (2008) Mathematical Knowledge for Teaching and the Mathematical Quality of Instruction: An Exploratory Study, *COGNITION AND INSTRUCTION*, 26:4, 430-511, DOI: 10.1080/07370000802177235
4. Suresh, P., G. Joglekar, Shuo-Huan Hsu, P. Akkisetty, Leaelaf Hailemariam, Ankur Jain, G. Reklaitis and V. Venkatasubramanian. "Onto MODEL: Ontological mathematical modeling knowledge management." *Computer-aided chemical engineering* 25 (2008): 985-990.
5. Cimiano, P. & Völker, J. (2005). Text2Onto – a Framework for Ontology Learning and Data-driven Change Discovery. In *Proceedings of the 10th International Conference on Applications of Natural Language to Information Systems (NLDB'2005)*, 227-238.
6. Moreno Torres, Benjamí, Christoph Völker, Sarah M. Nagel, Thomas Hanke, and Sabine Kruschwitz. 2021. "An Ontology-Based Approach to Enable Data-Driven Research in the Field of NDT in Civil Engineering" *Remote Sensing* 13, no. 12: 2426. <https://doi.org/10.3390/rs13122426>
7. Madala H.R., Ivakhnenko A.G. *Inductive learning algorithms for complex systems modeling*. - London, Tokyo: CRC Press, 1994.
8. О.Г.Івахненко. Індуктивні методи самоорганізації моделей складних систем - Київ: Наук.думка, 1982.
9. *Self-organizing methods in modeling: GMDH type algorithms/ Edited by S.J.Farlow*. - New York, Basel: Marcel Decker Inc., 1984. - 350 p.
10. H. Pidnebesna and V. Stepashko, "Ontology-Based Design of Inductive Modeling Tools," 2021 11th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT), 2021, pp. 731-734, doi: 10.1109/ACIT52158.2021.9548121.
11. Urbieto, Itziar, Marcos Nieto, Mikel García, and Oihana Otaegui. 2021. "Design and Implementation of an Ontology for Semantic Labeling and Testing: Automotive Global Ontology (AGO)" *Applied Sciences* 11, no. 17: 7782. <https://doi.org/10.3390/app11177782>
12. Debellis, Michael. (2021). *A Practical Guide to Building OWL Ontologies Using Protégé 5.5 and Plugins*.
13. Дивак, М. П. Ідентифікація дискретних моделей систем з розподіленими параметрами на основі аналізу інтервальних даних [Текст] : монографія / М. П. Дивак, Н. П. Порплиця, Т. М. Дивак. – Тернопіль: Економічна думка ТНЕУ, 2018. – 220 с.
14. Дивак М. П. Задачі математичного моделювання статичних систем з інтервальними даними: монографія / М. П. Дивак. - Т. : Економ. думка ТНЕУ, 2011. - 215 с.
15. Дивак М. П. Прикладні задачі структурної та параметричної ідентифікації інтервальних моделей складних об'єктів [Електронний ресурс] : монографія / М. П. Дивак, А. В. Пукас, Н. П. Парплиця, А. М. Мельник. - Тернопіль : Університетська думка, 2021. - 212 с.
16. Dyvak M, Rot A, Pasichnyk R, Tymchyshyn V, Huliiev N, Maslyiak Y. Monitoring and Mathematical Modeling of Soil and Groundwater Contamination by Harmful Emissions of Nitrogen Dioxide from Motor Vehicles. *Sustainability*. 2021; 13(5):2768. <https://doi.org/10.3390/su13052768>
17. Mykola Dyvak, Andriy Melnyk, Artur Rot, Marcin Hernes, Andriy Pukas, "Ontology of mathematical modelling based on interval data", *Complexity*, vol. 2022, Article ID 8062969, 24 pages, 2022

References

1. Rittle-Johnson, Bethany. (2017). Developing Mathematics Knowledge. *Child Development Perspectives*. 11. 10.1111/cdep.12229.
2. Gorgorió, Núria & Albarracín, Lluís & Årlebäck, Jonas & Laine, Anu & Newton, Richard & Villarreal, Aitor. (2017). *Fundamental Mathematical Knowledge: progressing its specification*.
3. Heather C. Hill , Merrie L. Blunk , Charalambos Y. Charalambous , Jennifer M. Lewis , Geoffrey C. Phelps , Laurie Sleep & Deborah Loewenberg Ball (2008) *Mathematical Knowledge for Teaching and the Mathematical Quality of Instruction: An Exploratory Study*, *COGNITION AND INSTRUCTION*, 26:4, 430-511, DOI: 10.1080/07370000802177235
4. Suresh, P., G. Joglekar, Shuo-Huan Hsu, P. Akkisetty, Leelaf Hailemariam, Ankur Jain, G. Reklaitis and V. Venkatasubramanian. "Onto MODEL: Ontological mathematical modeling knowledge management." *Computer-aided chemical engineering* 25 (2008): 985-990.
5. Cimiano, P. & Völker, J. (2005). Text2Onto – a Framework for Ontology Learning and Data-driven Change Discovery. In *Proceedings of the 10th International Conference on Applications of Natural Language to Information Systems (NLDB'2005)*, 227-238.
6. Moreno Torres, Benjamí, Christoph Völker, Sarah M. Nagel, Thomas Hanke, and Sabine Kruschwitz. 2021. "An Ontology-Based Approach to Enable Data-Driven Research in the Field of NDT in Civil Engineering" *Remote Sensing* 13, no. 12: 2426. <https://doi.org/10.3390/rs13122426>
7. Madala H.R., Ivakhnenko A.G. *Inductive learning algorithms for complex systems modeling*. - London, Tokyo: CRC Press, 1994.
8. O.H.Ivakhnenko. *Induktyvni metody samoorganizatsii modelei skladnykh system* - Kyiv: Nauk.dumka, 1982.
9. *Self-organizing methods in modeling: GMDH type algorithms/ Edited by S.J.Farlow*. - New York, Basel: Marcel Decker Inc., 1984. - 350 p.
10. H. Pidnesna and V. Stepashko, "Ontology-Based Design of Inductive Modeling Tools," 2021 11th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT), 2021, pp. 731-734, doi: 10.1109/ACIT52158.2021.9548121.
11. Urbietarain, Itziar, Marcos Nieto, Mikel Garcia, and Oihana Otaegui. 2021. "Design and Implementation of an Ontology for Semantic Labeling and Testing: Automotive Global Ontology (AGO)" *Applied Sciences* 11, no. 17: 7782. <https://doi.org/10.3390/app11177782>
12. DeBellis, Michael. (2021). *A Practical Guide to Building OWL Ontologies Using Protégé 5.5 and Plugins*.
13. Dyvak, M. P. *Identifikatsiia dyskretnykh modelei system z rozpodilenyimi parametramy na osnovi analizu intervalnykh danykh [Tekst] : monohrafiia / M. P. Dyvak, N. P. Porplytsia, T. M. Dyvak. – Ternopil: Ekonomichna dumka TNEU, 2018. – 220 s.*
14. Dyvak M. P. *Zadachi matematychnoho modeliuвання statychnykh system z intervalnymi danymi : monohrafiia / M. P. Dyvak. - T. : Ekonom. dumka TNEU, 2011. - 215 c.*
15. Dyvak M. P. *Prykladni zadachi strukturnoi ta parametrychnoi identyfikatsii intervalnykh modelei skladnykh ob'ektiv [Elektronnyi resurs] : monohrafiia / M. P. Dyvak, A. V. Pukas, N. P. Parplytsia, A. M. Melnyk. - Ternopil : Universytetska dumka, 2021. - 212 s.*
16. Dyvak M, Rot A, Pasichnyk R, Tymchyshyn V, Huliiev N, Maslyiak Y. *Monitoring and Mathematical Modeling of Soil and Groundwater Contamination by Harmful Emissions of Nitrogen Dioxide from Motor Vehicles. Sustainability*. 2021; 13(5):2768. <https://doi.org/10.3390/su13052768>
17. Mykola Dyvak, Andriy Melnyk, Artur Rot, Marcin Hernes, Andriy Pukas, "Ontology of mathematical modelling based on interval data", *Complexity*, vol. 2022, Article ID 8062969, 24 pages, 2022