

**МАРТИНЮК Т. Б.**

Вінницький національний технічний університет

<https://orcid.org/0000-0001-9952-9438>e-mail: [martyniuk.t.b@gmail.com](mailto:martyniuk.t.b@gmail.com)**КОЖЕМ'ЯКО А. В.**

Вінницький національний технічний університет

<https://orcid.org/0000-0001-7323-7146>e-mail: [kvantron@gmail.com](mailto:kvantron@gmail.com)**КРУКІВСЬКИЙ Б. І.**

Вінницький національний технічний університет

<https://orcid.org/0000-0003-0788-3259>e-mail: [smiletex11@gmail.com](mailto:smiletex11@gmail.com)**БУДА А. Г.**

Вінницький національний технічний університет

<https://orcid.org/0000-0002-1055-1880>e-mail: [antbu@ukr.net](mailto:antbu@ukr.net)

## АСОЦІАТИВНІ ОПЕРАЦІЇ НА БАЗІ РІЗНИЦЕВО-ЗРІЗОВОЇ ОБРОБКИ ДАНИХ

Асоціативні операції знаходять ефективне застосування для вирішення таких прикладних задач, як сортування, пошук за певних ознак, визначення екстремальних (максимального/мінімального) елементів у масивах даних. Так, визначення максимального числа як результат сортування числового масиву є прийнятною операцією під час реалізації механізму конкуренції у нейронних мережах. Крім того, визначення середнього за величиною числа у числовому ряду шляхом сортування значно прискорює процес медіанної фільтрації зображень та сигналів. В цьому випадку реалізація медіанної фільтрації потребує застосування сортування з ранжуванням елементів масиву чисел. У даній роботі аналізуються можливості реалізації асоціативних операцій над елементами векторного (одновимірного) масиву чисел на базі обробки за різницевиими зрізами (РЗ). Наведено спрощений опис РЗ обробки з виділенням загальної частини елементів вектора та різницевого зрізу, сформованого з його елементів. Крім того, задіяно елементи матриці бінарних масок як приклад матриці топологічних ознак. Запропонований підхід дозволяє сформувати ранги елементів початкового вектора як результат сортування за зростанням їх числових значень. У роботі показано схематичне відображення процесу РЗ обробки, а також наведено приклад РЗ обробки вектора чисел у вигляді таблиці, де показано послідовність формування елементів відсортованого масиву чисел, так і рангів чисел початкового масиву. Отже, запропоноване використання топологічних ознак дозволяє визначити порівняльні співвідношення між елементами числового масиву в процесі просторово-розподіленої РЗ обробки, а також підтвердити багатofункціональність такого підходу.

Ключові слова: різницевий зріз, сортування, ранг, асоціативна операція.

Tatiana MARTYNIUK, Andrii KOZHEMIAKO, Bohdan KRUKIVSKYI, Antonina BUDA  
Vinnytsia National Technical University

## ASSOCIATIVE OPERATIONS BASED ON DIFFERENCE-SLICE DATA PROCESSING

Associative operations are effectively used to solve such application problems as sorting, searching for certain features, and identifying extreme (maximum/minimum) elements in data sets. Thus, determining the maximum number as a result of sorting a numerical array is an acceptable operation in implementing the competition mechanism in neural networks. In addition, determining the average number in a numerical series by sorting significantly speeds up the process of median filtering of images and signals. In this case, the implementation of median filtering requires the use of sorting with the ranking of the elements of the number array. This paper analyses the possibilities of associative operations implementing the elements of a vector (one-dimensional) array of numbers based on processing by difference slices (DS). A simplified description of DS processing with a selection of the common part of the elements of the vector and the difference slice formed from its elements is given. In addition, elements of the binary mask matrix are used as an example of a topological feature matrix. The proposed approach allows for the formation of the ranks of the elements of the initial vector, as a result of sorting in ascending order of their numerical values. The paper shows a schematic representation of the process of DS processing, as well as an example of DS processing of a number vector in the form of a table, which shows the formation sequence of numbers of the sorted array and the ranks of numbers of the initial array. Therefore, the proposed use of topological features allows to determine the comparative relations between the elements of the numerical array in the process of spatially distributed DS processing, as well as to confirm the versatility of this approach.

Keywords: difference slice, sorting, rank, associative operation.

### Постановка проблеми у загальному вигляді

#### та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями

Основні положення і можливості різницево-зрізової (РЗ) обробки достатньо докладно розглянуто у роботах [1–3]. В цих роботах в основному досліджено організацію паралельного багатоперандного підсумовування масиву чисел, оскільки така операція є базовою у багатьох прикладних задачах, які реалізуються в інтелектуальних системах [4, 5], зокрема, при апаратній побудові нейроструктур (нейрочипів) [6–8].

### Аналіз досліджень та публікацій

Разом з тим, не зникає зацікавленість щодо вдосконалення існуючих та розробки нових методів та засобів асоціативної обробки масивів даних [9–11], до яких, у першу чергу, відносяться сортування та

пошук інформації [12–15]. Це пов'язано, не в останню чергу, з необхідністю швидкої апаратної реалізації, наприклад, медіанної фільтрації зображень [16], де переважним є застосування сортування елементів «ковзного вікна» для визначення середнього значення його центрального пікселя.

Крім того, залишається актуальною практична задача реалізації асоціативної пам'яті [17] та асоціативних процесорів [18], що пов'язано, зокрема з організацією таких нейромереж, як мережа Хопфілда, мережа Хеммінга та мережа ДАП [6, 7].

### Формулювання цілей статті

Метою роботи є аналіз можливостей різницево-зрізової обробки для реалізації асоціативних операцій над елементами векторного (одновимірного) масиву чисел.

### Математична модель різницево-зрізової обробки векторних даних

Початковими даними при РЗ обробці є  $n$ -вимірний вектор  $\mathbf{a}_0$  з елементами  $a_{i,0}$ . Як результат виконання асоціативних операцій над елементами вектора  $\mathbf{a}_0$  необхідно відсортувати його елементи  $a_{i,0}$  за умови зростання їх числових значень та визначити їх ранги за цієї ж умови.

У роботах [1, 2] дано визначення різницевого зрізу при векторній обробці даних. Отже, різницеvim зрізом називають вектор  $\mathbf{a}_j (j = \overline{1, N})$ , елементи якого  $a_{i,j} (i = \overline{1, n})$  формуються як різниця між відповідними елементами  $a_{i,j-1}$  попереднього різницевого зрізу  $\mathbf{a}_{j-1}$  і внутрішнім пороговим елементом  $q_j$ .

Початковий вектор  $\mathbf{a}_0$  будемо розглядати як початковий різницевий зріз, а сформовані в процесі ітераційної обробки вектори  $\mathbf{a}_j (j = \overline{1, N})$  як проміжні, де  $N$  – кількість циклів РЗ обробки. Внутрішній пороговий елемент  $q_j$  впродовж  $j$ -го циклу обробки є величиною постійною і формується за певним правилом [1]. Для РЗ обробки прийнято, що внутрішній пороговий елемент  $q_j$  дорівнює значенню мінімального елемента  $a_{i,j-1}$  вектора  $\mathbf{a}_{j-1}$ .

У роботах [1, 2] наведено математичну модель SM-перетворення, що базується на РЗ обробці векторних даних у вигляді виразів векторно-матричного перемноження, що дозволяє розглядати їх у контексті класичної теорії лінійних дискретних двовимірних перетворень [16]. Такий підхід використано з огляду на необхідність довести слушність прямих та обернених перетворень на базі РЗ обробки векторних даних, в результаті яких формується сума (згортка)  $S$  елементів вектора [1, 2], а також можливий процес відновлення елементів початкового вектора  $\mathbf{a}_0$  [3]. Сам процес РЗ обробки представлено у вигляді покрокового алгоритму [1, 2].

В даній роботі пропонується спрощений опис РЗ обробки. Для цього необхідно ввести такі позначення, як  $\text{com } \mathbf{a}_{j-1}$  – загальна частина елементів вектора  $\mathbf{a}_{j-1}$  і  $\text{dif } \mathbf{a}_{j-1}$  – різницевий зріз, сформований з елементів вектора  $\mathbf{a}_{j-1}$ .

Тоді базові співвідношення РЗ обробки для вектора  $\mathbf{a}_{j-1}$  можна записати таким чином:

$$\text{com } \mathbf{a}_{j-1} = \min \{a_{i,j-1}\}_{i=1}^n = q_j, \tag{1}$$

$$\text{dif } \mathbf{a}_{j-1} = \mathbf{a}_{j-1} - \text{com } \mathbf{a}_{j-1} = \{a_{i,j-1} - q_j\}_{i=1}^n = \mathbf{a}_j. \tag{2}$$

Отже, співвідношення (1) стосується формування внутрішнього порогового елемента  $q_j$ , а співвідношення (2) – формування наступного різницевого зрізу  $\mathbf{a}_j$ .

### Реалізація асоціативних операцій над елементами векторних даних

В процесі РЗ обробки на базі прямого SM-перетворення [1, 2] можна сформулювати матрицю бінарних масок  $\mathbf{F}$  з елементами  $f_{i,j}$  вигляду:

$$f_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } a_{ij} \geq 0, \\ 0, & \text{якщо } a_{ij} < 0. \end{cases} \tag{3}$$

Зважаючи на формулу (3), матрицю  $\mathbf{F}$  ще називають матрицею додатних ознак [2], яка містить  $n$  вектор-стовпців  $\mathbf{f}_1, \dots, \mathbf{f}_n$  у відповідності до різницевих зрізів  $\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_n$ .

Схематично на рис. 1 наведено співвідношення між різницеvими зрізами  $\mathbf{a}_0$  і  $\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_n$ , матрицею бінарних масок  $\mathbf{F}$  та вектором внутрішніх порогових елементів  $\mathbf{q} = \{q_1, \dots, q_n\}$  та вектором рангів  $\mathbf{r}$ . Для прикладу на рис. 1 обрано випадок, коли всі  $n$  елементи  $a_{i,0}$  початкового вектора  $\mathbf{a}_0$  є різними за числовим значенням і не є нульовими. В цьому випадку кількість циклів  $N$  при РЗ обробці дорівнює  $O(n)$  [1, 2].

Саме використання сформованих в процесі РЗ обробки елементів  $q_j$  вектора внутрішніх порогів  $\mathbf{q}$  та числових даних рядків матриці бінарних масок  $\mathbf{F}$  (рис. 1) дозволяє реалізувати такі асоціативні операції, як сортування елементів початкового вектора  $\mathbf{a}_0$  та визначення їх рангів за умови зростання числових значень.

Для сортування елементів  $a_{i,0}$  початкового вектора  $\mathbf{a}_0$  можна використати співвідношення вигляду [1]:

$$a_{i,0}^s = \sum_{j=1}^i q_j, \tag{4}$$

де  $a_{i,0}^s$  –  $i$ -й елемент у відсортованому векторі  $a_0^s$ . А для визначення рангів  $r_i$  елементів  $a_{i,0}$  початкового вектора  $a_0$  доцільно використати співвідношення:

$$r_i = \sum_{j=1}^n f_{i,j}, \tag{5}$$

оскільки за формулою (3) тільки невід’ємні значення відповідних елементів  $a_{i,j}$  різницевої зрізи  $a_j$  формують одиничні значення у відповідних рядках матриці бінарних масок  $F$ .

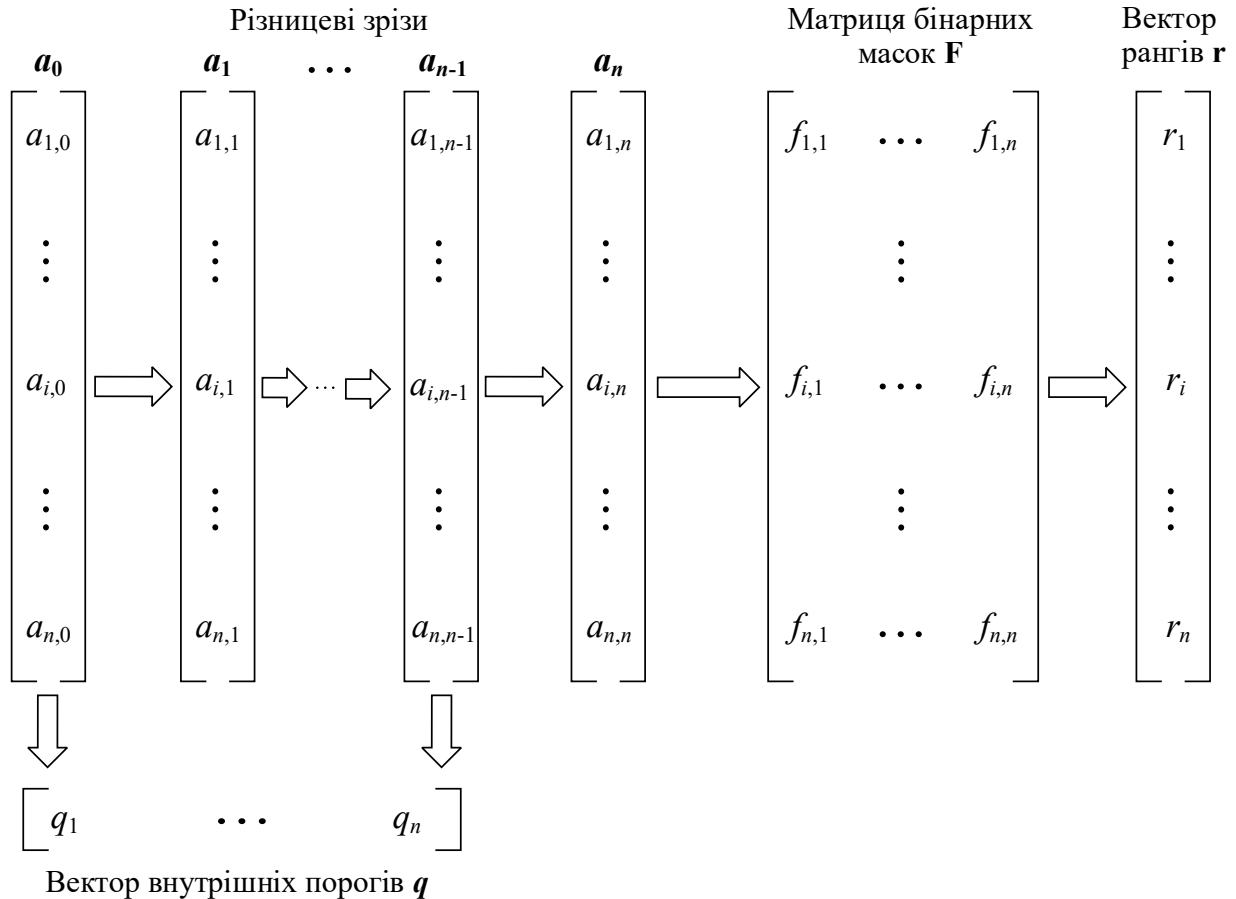


Рис. 1. Схематичне відображення процесу обробки за різницеви зрізами

Для підтвердження слушності виразу (5) наводиться у вигляді табл. 1 приклад РЗ обробки вектора  $a_0$  з п'яти елементів. Знаком «-» позначено від’ємні елементи  $a_{i,j}$ . Окремо показано формування відповідних рангів всіх елементів.

**Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямі**

Аналіз властивостей різницево-зрізової обробки векторних даних підтвердив багатофункціональність такого підходу через можливість в процесі прямого SM-перетворення отримати результати двох асоціативних операцій, а саме сортування з ранжування елементів початкового вектора за зростанням їх числових значень.

Для цих операцій задіяно результати, що формуються за аналізом і визначенням числових (внутрішніх порогових елементів) у вигляді вектора та бінарних (елементів бінарних масок) у вигляді матриці як ознак відповідних елементів проміжних різницевої зрізи.

Отже, використання топологічних матричних ознак у векторних масивах даних дає можливість забезпечити визначення порівняльних співвідношень між елементами вектора за їх числовими значеннями, тобто реалізувати асоціативні операції, які відносяться до необчислювальних операцій.

Крім того, можливість формування матриці бінарних масок  $F$  свідчить про просторово-розподілений характер різницево-зрізової обробки векторних даних.

## Приклад різницево-зрізової обробки

Елементи різницевих зрізів $a_i$	$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$
$a_{1,j}$	11	8	6	3	0	-
$a_{2,j}$	3	0	-	-	-	-
$a_{3,j}$	5	2	0	-	-	-
$a_{4,j}$	8	5	3	0	-	-
$a_{5,j}$	15	12	10	7	4	0
Цикл обробки	1	2	3	4	5	6
Внутрішній поріг $q_j$	3	2	3	3	4	0
Відсортований елемент $a_i^s$	3	3+2=5	5+3=8	8+3=11	11+4=15	-
Елементи зрізів $f_j$ матриці бінарних масок $F$ і рангів $r_i$		$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$
$f_{1,j}$		1	1	1	1	0
$r_1$		1	1+1=2	2+1=3	3+1=4	4
$f_{2,j}$		1	0	0	0	0
$r_2$		1	1	1	1	1
$f_{3,j}$		1	0	0	0	0
$r_3$		1	1+1=2	2	2	2
$f_{4,j}$		1	1	0	0	0
$r_4$		1	1+1=2	2+1=3	3	3
$f_{5,j}$		1	1	1	1	1
$r_5$		1	1+1=2	2+1=3	3+1=4	4+1=5

## Література

1. Мартынюк Т.Б. Особенности математической модели дискретного SM-преобразования / Т.Б. Мартынюк, В.В. Хомюк // Математичні машини і системи. – 2010. – № 4. – С. 145–155.
2. Мартынюк Т. Аспекты разностно-срезовой обработки данных в нейроструктурах / Т. Мартынюк, Л. Куперштейн, А. Кожемяко. – LAP LAMBERT Academic Publishing RU, 2018. – 60 с. – ISBN 978-613-9-58622-6.
3. Мартинюк Т.Б. Різницево-зрізова обробка з використанням принципів модулярної арифметики / Т.Б. Мартинюк, А.В. Кожем'яко, Л.М. Куперштейн // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2015. – № 2. – С. 165–168.
4. Мартинюк Т.Б. Операційно-елементний базис для інтелектуальних систем / Т.Б. Мартинюк, А.В. Кожем'яко, Л.М. Куперштейн, О.С. Безкревний // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2019. – № 6. – С. 197–201. – DOI: <https://www.doi.org/10.31891/2307-5732-2019-279-6-197-201>
5. Цмоць І.Г. Інформаційні технології та спеціалізовані засоби обробки сигналів і зображень в реальному часі / І.Г. Цмоць. – Львів : Видавництво УАД, 2005. – 228 с. – ISBN 966-322-024-4.
6. Осовский С. Нейронные сети для обработки информации / С. Осовский ; [пер. с польск.]. – Москва : Финансы и статистика, 2004. – 344 с.
7. Каллан Р. Основные концепции нейронных сетей / Р. Каллан ; [пер. с англ.]. – Москва : Издательский дом «Вильямс», 2001. – 288 с.
8. Martyniuk T.B. A Threshold Neuron Model Based on the Processing of Difference Slices / T.B. Martyniuk // Cybernetics and Systems Analysis. – 2005. – Volume 41, No 4. – P. 541–550.
9. Лорин Г. Сортировка и системы сортировки / Г. Лорин ; [пер. с англ.]. – Москва : Мир, 1983. – 384 с.
10. Яценко Е.А. Регулярные схемы алгоритмов адресной сортировки и поиска / Е.А. Яценко // Управляющие системы и машины. – 2004. – № 5. – С. 61–66.
11. Сэдджвик Р. Фундаментальные алгоритмы на C++. Анализ/ Структуры данных/ Сортировка/ Поиск / Р. Сэдджвик ; [пер. с англ.]. – СПб : ООО «ДиаСофтЮП», 2002. – 688 с. – ISBN 5-93772-047-4.
12. Цмоць І.Г. Алгоритми та паралельні структури сортування даних методом вставки / І.Г. Цмоць, В.Я. Антонів // Науковий вісник НЛТУ. – 2016. – № 26.1. – С. 340–350.
13. Цмоць І.Г. Паралельно-вертикальне сортування одновимірних даних методом злиття з використанням підрахунку / І.Г. Цмоць, В.Я. Антонів, В.О. Парубчак // Збірник наукових праць. Інститут проблем моделювання в енергетиці. – 2013. – Вип. 68. – С. 92–100.
14. Кнут Д.Э. Искусство программирования. Т. 3 Сортировка и поиск / Д.Э. Кнут ; [пер. с англ.]. – Москва : Издательский дом «Вильямс», 2003. – 832 с.
15. Martyniuk T.B. Peculiarities of the Parallel Sorting Algorithm with Rank Formation / T.B. Martyniuk, V.I. Krukivskiy // Cybernetics and Systems Analysis. – 2022. – Volume 58, No 1. – P. 24–28. – DOI: <https://doi.org/10.1007/s10559-022-00431-8>.
16. Прэрт У. Цифровая обработка изображений / У. Прэрт ; [пер. с англ.]. – Кн. 2. – Москва : Мир, 1982. – 480 с.

17. Кохонен Т. Ассоциативные запоминающие устройства / Т. Кохонен ; [пер. с англ]. – Москва : Мир, 1982. – 384 с.

18. Тербер К.Дж. Архитектура высокопроизводительных вычислительных систем / К.Дж. Тербер ; [пер. с англ]. – Москва : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит.-ры, 1985. – 272 с.

#### References

1. Martynyuk T.B. Osobennosti matematicheskoy modeli diskretnogo SM-preobrazovaniya / T.B. Martynyuk, V.V. Homyuk // *Matematichni mashini i sistemi*. – 2010. – № 4. – S. 145–155.
2. Martynyuk T. Aspekty raznostno-srezovoy obrabotki dannyh v nejrostrukturah / T. Martynyuk, L. Kupershtejn, A. Kozhemyako. – LAP LAMBERT Academic Publishing RU, 2018. – 60 с. – ISBN 978-613-9-58622-6.
3. Martyniuk T.B. Riznytsevo-zrizova obrobka z vykorystanniam pryntsyviv moduliarnoi aryfmetyky / T.B. Martyniuk, A.V. Kozhemiako, L.M. Kupershtejn // *Visnyk Khmelnytskoho natsionalnoho universytetu. Tekhnichni nauky*. – 2015. – № 2. – S. 165–168.
4. Martyniuk T.B. Operatsiino-elementnyi bazys dlia intelektualnykh system / T.B. Martyniuk, A.V. Kozhemiako, L.M. Kupershtejn, O.S. Bezkrivnyi // *Visnyk Khmelnytskoho natsionalnoho universytetu. Tekhnichni nauky*. – 2019. – № 6. – S. 197–201. – DOI: <https://www.doi.org/10.31891/2307-5732-2019-279-6-197-201>
5. Tsmots I.H. Informatsiini tekhnolohii ta spetsializovani zasoby obrobky syhnaliv i zobrazhen v realnomu chasi / I.H. Tsmots. – Lviv : Vydavnytstvo UAD, 2005. – 228 s. – ISBN 966-322-024-4.
6. Osovskij S. Neironnye seti dlya obrabotki informacii / S. Osovskij ; [per. s polsk.]. – Moskva : Finansy i statistika, 2004. – 344 s.
7. Kallan R. Osnovnye koncepcii neironnykh setej / R. Kallan ; [per. s angl]. – Moskva : Izdatelskij dom «Vilyams», 2001. – 288 s.
8. Martynyuk T.B. A Threshold Neuron Model Based on the Processing of Difference Slices / T.B. Martynyuk // *Cybernetics and Systems Analysis*. – 2005. – Volume 41, No 4. – P. 541–550.
9. Lorin G. Sortirovka i sistemy sortirovki / G. Lorin ; [per. s angl]. – Moskva : Mir, 1983. – 384 s.
10. Yacenko E.A. Regulyamye shemy algoritmov adresnoj sortirovki i poiska / E.A. Yacenko // *Upravlyayushie sistemy i mashiny*. – 2004. – № 5. – S. 61–66.
11. Sedzhvik R. Fundamentalnye algoritmy na C++. Analiz/ Struktury dannyh/ Sortirovka/ Poisk / R. Sedzhvik ; [per. s angl]. – SPb : OOO «DiaSoftYuP», 2002. – 688 s. – ISBN 5-93772-047-4.
12. Tsmots I.H. Alhorytmy ta paralelni struktury sortuvannia danykh metodom vstavky / I.H. Tsmots, V.Ia. Antoniv // *Naukovyi visnyk NLTU*. – 2016. – № 26.1. – S. 340–350.
13. Tsmots I.H. Paralelno-vertykalne sortuvannia odnovymirnykh danykh metodom zlyttia z vykorystanniam pidrakhunku / I.H. Tsmots, V.Ia. Antoniv, V.O. Parubchak // *Zbirnyk naukovykh prats. Instytut problem modeliuвання v enerhetytsi*. – 2013. – Vyp. 68. – S. 92–100.
14. Knut D.E. Iskusstvo programmirovaniya. T. 3 Sortirovka i poisk / D.E. Knut ; [per. s angl]. – Moskva : Izdatelskij dom «Vilyams», 2003. – 832 s.
15. Martynyuk T.B. Peculiarities of the Parallel Sorting Algorithm with Rank Formation / T.B. Martynyuk, B.I. Krukovskiy // *Cybernetics and Systems Analysis*. – 2022. – Volume 58, No 1. – P. 24–28. – DOI: <https://doi.org/10.1007/s10559-022-00431-8>.
16. Prett U. Cifrovaya obrabotka izobrazhenij / U. Prett ; [per. s angl]. – Kn. 2. – Moskva : Mir, 1982. – 480 s.
17. Kohonen T. Associativnye zapominayushie ustrojstva / T. Kohonen ; [per. s angl]. – Moskva : Mir, 1982. – 384 s.
18. Terber K.Dzh. Arhitektura vysokoproizvoditelnykh vychislitelnykh sistem / K.Dzh. Terber ; [per. s angl]. – Moskva : Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit.-ry, 1985. – 272 s.

Рецензія/Peer review : 16.07.2022 р.

Надрукована/Printed : 02.08.2022 р.