

Олександр ТИМОЩУК
Хмельницький національний університет
<https://orcid.org/0000-0003-0149-8878>
e-mail: alex.tymoschuk@gmail.com

АНАЛІЗ І ОЦІНКА ТОЧНОСТІ МЕТОДІВ РОЗРАХУНКУ ЩІЛЬНОСТІ КАНАЛІВ ТА ПИТОМОЇ ПЛОЩІ ПОВЕРХНІ КОНТАКТУ БЕЗЗМАЩУВАЛЬНИХ ПОРШНЕВИХ УЩІЛЬНЕНЬ

На основі теорії стохастичних полів були розроблені методи розрахунку герметичності беззмащувальних поршневих ущільнень для виконання інженерних методик обчислень, призначені для галузі машинобудування. Мета роботи полягає в проведенні аналізу точності створених методів розрахунку щільності каналів та питомої площі поверхні контакту, що омивається робочим середовищем, беззмащувальних поршневих ущільнень.

Досліджена залежність щільності ймовірності каналів від комплексу умов контактування на основі теорії стохастичних полів. Аналіз досліджень показує, що залежність щільності ймовірності каналів від комплексу умов контактування носить екстремальний характер. Даний результат пояснюється впливом процесу злиття плям контакту в процесі навантаження. Для визначення щільності каналів виведена точна формула, яка залежить від спектральних моментів та ефективного рівня деформації. Значення, розраховані за точною та розрахунковою формулою щільності каналів різняться не більше, ніж на 0,45%.

Виведена і досліджена точна формула питомої площі поверхні стику, що омивається робочим середовищем.

Досліджена залежність зведеної площі поверхні стику, що омивається середовищем, від комплексу умов контактування. Значення величин, розраховані за точними та розрахунковими формулами питомої площі поверхні стику, що омивається середовищем, різняться не більше, ніж на 6,1%.

Ключові слова: контакт; спряжені контактуючі поверхні; щільність ймовірності висот впадин; щільність ймовірності висот вершин; питома площа шорсткої поверхні; питома площа поверхні стику, що омивається робочим середовищем; щільність каналів; комплекс умов контактування; відносна фактична площа контакту; герметичність беззмащувальних поршневих ущільнень; теорія стохастичних полів; нормальний стохастичний процес

Oleksandr TYMOSHCHUK
Khmelnitsky National University

ANALYSIS AND EVALUATION OF THE ACCURACY OF METHODS FOR CALCULATING THE DENSITY OF CHANNELS AND THE COMBINED AREA OF THE CONTACT SURFACE OF LUBRICATION-FREE PISTON SEALS

On the basis of the theory of stochastic fields, methods of calculating the tightness of the dead piston seals were developed to perform the engineering methods of calculations intended for the field of mechanical engineering.

The dependence of the channel probability density on the set of contact conditions was investigated based on the theory of stochastic fields. Analysis of research shows that the dependence of the channel probability density on the complex of contact conditions is extreme. This result is explained by the influence of the process of merging the contact spots during the loading process. To determine the density of the channels, an exact formula is derived that depends on the spectral moments and the effective level of deformation. On the basis of the exact formula, the calculation formula of the probability density of the channels was obtained for carrying out engineering calculations of the tightness of lubrication-free piston seals. The values calculated by the exact and estimated channel density formulas differ by no more than 0.0045.

The exact formula of the specific surface area of the joint washed by the working medium is derived and investigated.

The dependence of the combined surface area of the joint washed by the medium on the set of contact conditions was investigated. Values of quantities calculated according to exact and calculation formulas of the specific surface area of the joint washed by the medium differ by no more than 6.1%.

Keywords: contact; interconnected surfaces; density of probability of heights of depressions; the density of the heights of the vertices; the specific area of the rough surface; the specific surface area of the contact joint, which is washed by the working environment; tightness of channels; complex of contact conditions; relative actual contact area; tightness of the penetrating piston seals; the specific surface area of the joint washed by the environment; stochastic field theory

Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями

На основі теорії стохастичних полів були розроблені методи розрахунку герметичності беззмащувальних поршневих ущільнень для виконання інженерних методик обчислень, призначені для галузі машинобудування [1]. Мета роботи полягає в проведенні аналізу точності створених методів розрахунку щільності каналів та питомої площі поверхні стику, що омивається робочим середовищем, беззмащувальних поршневих ущільнень.

Виклад основного матеріалу

Щільність ймовірності висот впадин $\varphi(\varepsilon)$ і щільність ймовірності висот вершин $p(\varepsilon)$ описуються відомим рівнянням:

$$\varphi(\varepsilon) = p(-\varepsilon) . \tag{1}$$

При умові врахування залежності щільності ймовірності висот виступів профілю (точок максимумів нормального стохастичного процесу), отримаємо:

$$\varphi(\varepsilon) = \frac{\delta}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\delta^2}\right) - \sqrt{\pi} \chi \varepsilon \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2}\right) [1 - \operatorname{erf}(\chi\varepsilon)] \right\} . \tag{2}$$

Щільність ймовірності каналів δ_k , що приходиться на одиницю номінальної довжини профілю контакту при проходженні робочого середовища, виглядає як різниця між щільністю ймовірності δ' виступів поверхні, які вступили в контакт, та щільністю ймовірності δ'' впадин, які розташовані вище даного рівня u :

$$\delta_k = \delta' - \delta'' . \tag{3}$$

При умові, що D - щільність ймовірності виступів поверхні, величина δ' розраховується за формулою:

$$\delta' = D \int_u^\infty p(\varepsilon) d\varepsilon . \tag{4}$$

З причини симетрії шорсткої поверхні контакту відносно її середньої площини щільність ймовірності впадин поверхні дорівнює щільності ймовірності виступів:

$$\delta'' = D \int_u^\infty \varphi(\varepsilon) d\varepsilon . \tag{5}$$

При підстановці (4) і (5) в (3), маємо:

$$\delta_k = D \left[\int_u^\infty p(\varepsilon) d\varepsilon - \int_u^\infty \varphi(\varepsilon) d\varepsilon \right] . \tag{6}$$

При певних перетвореннях рівняння (2) отримуємо:

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2\pi}}{\delta} \int_u^\infty p(\varepsilon) d\varepsilon &= \int_u^\infty \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\delta^2}\right) d\varepsilon + \sqrt{\pi} \chi \int_u^\infty \varepsilon \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2}\right) d\varepsilon + \\ &+ \sqrt{\pi} \chi \int_u^\infty \varepsilon \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2}\right) \operatorname{erf}(\chi\varepsilon) d\varepsilon \end{aligned} . \tag{7}$$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2\pi}}{\delta} \int_u^\infty \varphi(\varepsilon) d\varepsilon &= \int_u^\infty \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\delta^2}\right) d\varepsilon - \sqrt{\pi} \chi \int_u^\infty \varepsilon \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2}\right) d\varepsilon + \\ &+ \sqrt{\pi} \chi \int_u^\infty \varepsilon \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2}\right) \operatorname{erf}(\chi\varepsilon) d\varepsilon \end{aligned} . \tag{8}$$

Підставимо (7) і (8) в (6):

$$\delta_k = \sqrt{2} D \delta \chi \int_u^\infty \varepsilon \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2}\right) d\varepsilon . \tag{9}$$

Далі отримуємо:

$$\int_u^\infty \varepsilon \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2}\right) d\varepsilon = \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) . \tag{10}$$

При використанні параметру широкополосності α - безрозмірної фізичної величини, що вираховується за формулою:

$$\alpha = m_0 m_4 / m_2^2 ,$$

наступної формули щільності ймовірності вершин D :

$$D = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_4}{m_2}}$$

та позначень до формули щільності ймовірності висот виступів профілю, перетворимо множник формули (9):

$$\begin{aligned} \sqrt{2} \delta\chi &= \left(\frac{m_2^2}{m_0 m_4} \right)^{1/2} ; \\ \sqrt{2} D \delta\chi &= \frac{1}{2\pi} \left(\frac{m_2}{m_0} \right)^{1/2} . \end{aligned} \quad (11)$$

Підставивши (10) і (11) в (9), маємо формулу:

$$\delta_k = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{m_2}{m_0} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) . \quad (12)$$

При застосуванні формули ефективного рівня деформації [2] за заданою величиною комплексу умов контактування отримуємо:

$$1 - \exp(-K) - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{u}{\sqrt{2}}\right) = 0 \quad (13)$$

На основі формул (12) та (13) за допомогою програми Kanal [1], написаної з використанням Mathcad Professional, розроблений зв'язок щільності каналів з комплексом умов контактування. Отримані результати були представлені графічно на рис. 1.

Аналіз згідно рис.1 чітко показує, що залежність щільності каналів від комплексу умов контактування носить екстремальний характер. Даний результат експериментально пояснюється впливом процесу злиття плям контакту в процесі навантаження [3]. Максимальна кількість каналів досягається при $K = 0,69315$ і становить

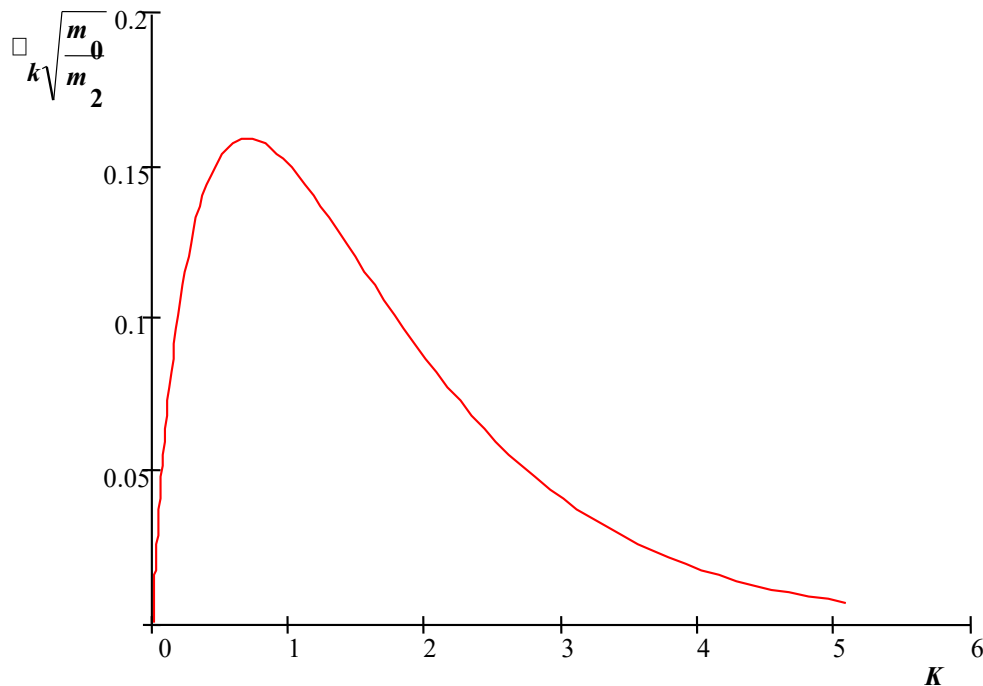


Рис. 1. Залежність щільності каналів контактуючих поверхонь від комплексу умов контактування

$$\delta_{k, \max} = 0,15915 \left(\frac{m_2}{m_0} \right)^{1/2} . \quad (14)$$

Математична залежність, представлена на рис.1, була апроксимована наступною формулою:

$$\delta_k = 0,787 \left(\frac{m_2}{m_0} \right)^{1/2} K^{0,733} \exp \left[- (K + 0,633)^{1,028} \right] . \quad (15)$$

Формула (15) отримана в результаті розрахунків за програмою Appr_K [1]

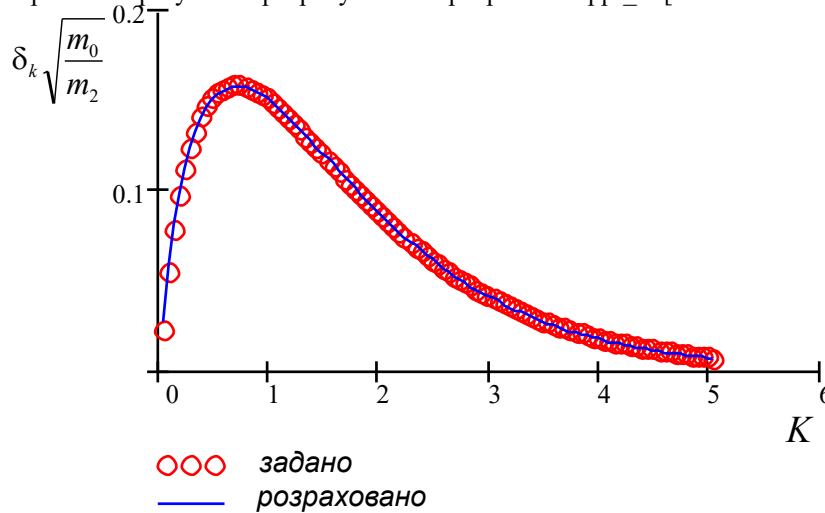


Рис.2. Співставлення заданих та розрахованих значень щільності каналів

На рис.2 проведений аналіз точності заданих (експериментальних) і розрахованих (теоретичних) значень щільності каналів контакту поршневих ущільнень. Під розрахованими потрібно розуміти визначені за формулою (12).

Оскільки задані та розраховані значення майже практично збігаються, то для того, щоб оцінити похибку, на рис.3 представлена залежність різниці заданих та розрахованих значень щільності каналів (вона позначена як δ) від комплексу умов контактування.

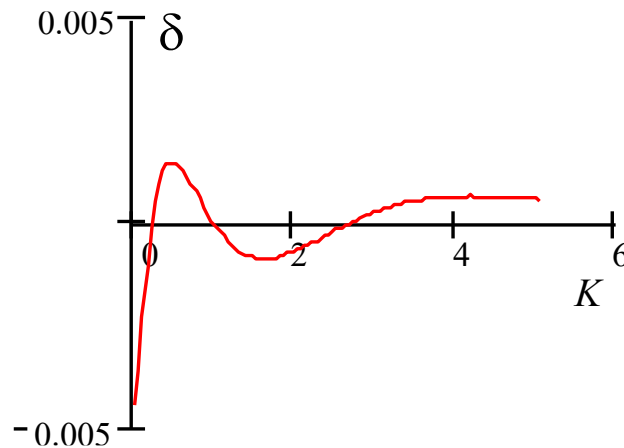


Рис.3. Оцінка похибки, яка виникає при аналізі точності розрахунку щільності каналів контакту поршневих ущільнень

Питома площа поверхні стику, що омивається робочим середовищем, тобто відношення площі поверхні, що омивається середовищем до номінальної площі контакту, розраховується наступним чином:

$$S_K = S_{K,1} + S_{K,2} , \quad (16)$$

де $S_{K,1}$, $S_{K,2}$ - питомі площі поверхні контактуючих тіл, що омиваються середовищем.

Питома площа гладкої поверхні, що омивається середовищем, рівна:

$$S_{K,1} = 1 - \eta , \quad (17)$$

де η - відносна фактична площа контакту.

Якщо враховуючи до уваги, що розподіл нахилів z' ділянок шорсткої поверхні, що вступили в контакт, такий же, як і для всієї поверхні, то питома площа шорсткої поверхні, що омивається робочим середовищем, має бути:

$$S_{K,2} = (1 - \eta)S , \quad (18)$$

де S - питома площа шорсткої поверхні.

Потім отримуємо формулу

$$S_K = (1 - \eta)(1 + S) . \quad (19)$$

Враховуючи [3], отримаємо:

$$S_K = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(-\frac{u}{\sqrt{2}} \right) (1 + S) , \quad (20)$$

де u - ефективний рівень деформації.

Назвемо зведеною площею поверхні стику, що омивається середовищем, наступне відношення

$$\tilde{S}_K = S_K / (1 + S) . \quad (21)$$

На основі формули (20) отримаємо:

$$\tilde{S}_K = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(-\frac{u}{\sqrt{2}} \right) . \quad (22)$$

В той час, як питома площа шорсткої поверхні залежить виключно від спектрального моменту другого порядку, зведена площа поверхні стику, що омивається середовищем, залежить виключно від комплексу умов контактування. Питома площа ж поверхні стику, що омивається середовищем, в відповідності з формулою (20) залежить від обох названих чинників.

За допомогою програми Veruehrung було розраховано зв'язок зведеної площі поверхні стику, що омивається середовищем, з комплексом умов контактування. Отримані результати можна побачити на рис. 4.

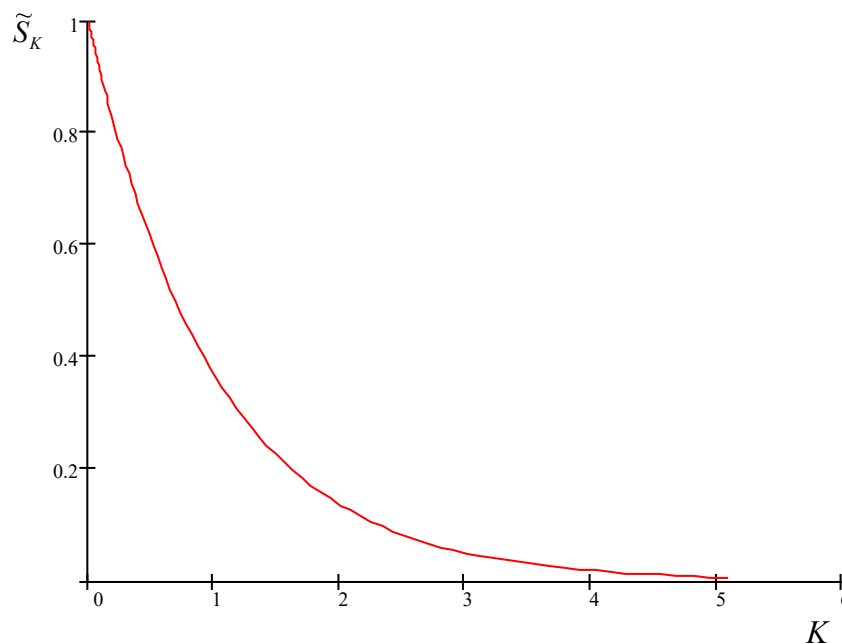


Рис. 4. Залежність питомої площі поверхні стику, що омивається робочим (газовим) середовищем, від комплексу умов контактування

Залежність, представлена на рис. 4, була апроксимована формулою:

$$\tilde{S}_K = \exp(-0,547K^{0,196}) . \tag{23}$$

Формула (23) отримана в результаті розрахунків за програмою Appr Sk [1]. Вона якісно і вірно описує поведінку зведеної площі поверхні стику, що омивається середовищем, при зміні номінального навантаження

На рис. 5 проведений аналіз точності заданих (експериментальних) і розрахованих (теоретичних) значень зведеної площі поверхні стику, що омивається середовищем. Під розрахованими значеннями треба розуміти визначені за формулою (23).

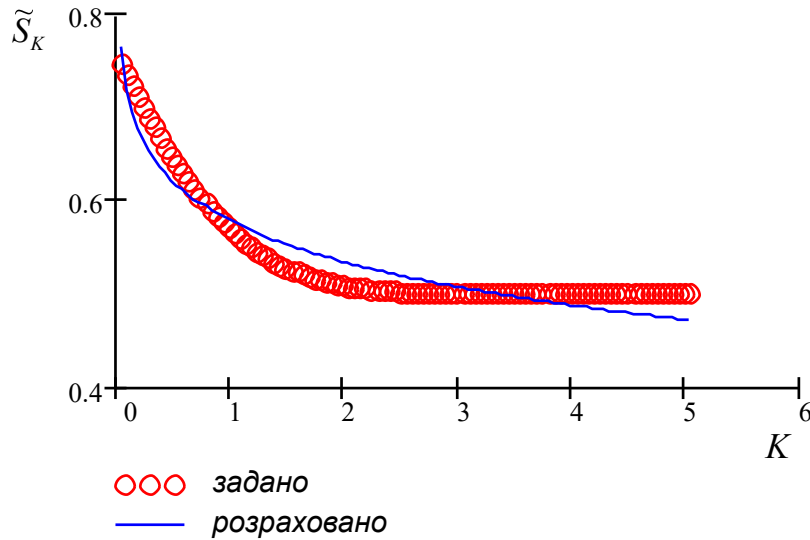


Рис. 5. Співставлення заданих та розрахованих значень зведеної площі поверхні стику, що омивається робочим середовищем

Для того, щоб оцінити похибку, на рис.6 представлена залежність різниці заданих та розрахованих значень зведеної площі поверхні стику, що омивається середовищем, (вона позначена як δ) та процентної розбіжності заданих та розрахованих значень (позначена як Δ) від комплексу умов контактування.

Для питомої площі поверхні стику, що омивається середовищем, отримуємо наступну розрахункову формулу:

$$S_K = \left[2 + 10,45 \left(\frac{Ra}{S_m} \right)^{1,643} \right] \exp(-0,547K^{0,196}) . \tag{24}$$

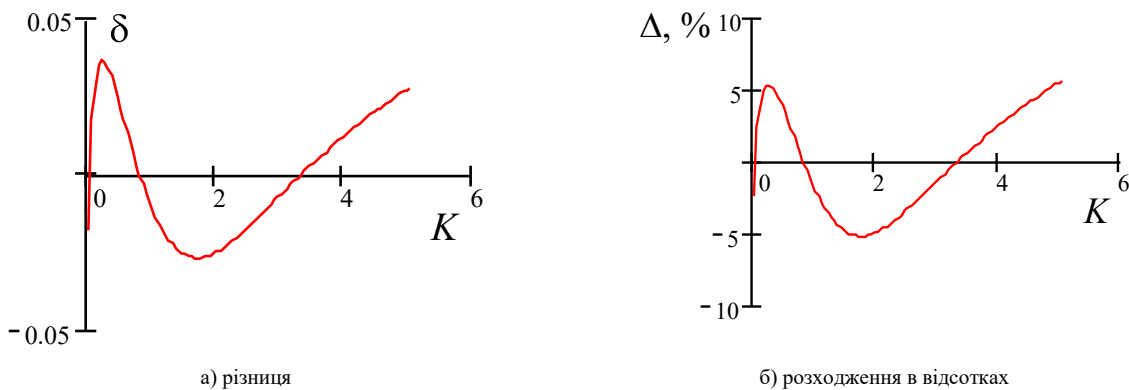


Рис.6. Оцінка похибки, яка виникає при аналізі точності розрахунку зведеної площі поверхні стику, що омивається середовищем

Згідно результатів відповідна похибка зведеної площі поверхні стику, що омивається середовищем, згідно розрахунків, представлених на рис. 4.6, не перевищує 5,5%. Таким чином, значення, розраховані за точною та розрахунковими формулами питомої площі поверхні стику, що омивається середовищем, різнитимуться не більше, ніж на 6,1%.

Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямі

Із використанням моделювання шорстких спряжених поверхонь поршневих ущільнень стохастичним полем було розроблені методи розрахунку щільності каналів та питомої площі поверхні стику, що омивається робочим середовищем, беззмасувальних поршневих ущільнень. Було проведено аналіз точності створених методів розрахунку щільності каналів та зведеної площі поверхні стику, що омивається робочим середовищем, беззмасувальних поршневих ущільнень.

Для визначення щільності каналів виведена точна формула

$$\delta_k = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{m_2}{m_0} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right),$$

де m_0, m_2 - спектральні моменти;

u - ефективний рівень деформації.

На основі точної формули отримана розрахункова інженерна формула:

$$\delta_k = 0,787 \left(\frac{m_2}{m_0} \right)^{1/2} K^{0,733} \exp\left[-(K + 0,633)^{1,028}\right].$$

Значення, розраховані за точною та розрахунковою формулою щільності каналів різняться не більше, ніж на 0,45 відсотків.

Виведена точна формула питомої площі поверхні стику, що омивається середовищем:

$$S_K = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(-\frac{u}{\sqrt{2}}\right) (1 + S),$$

де S - питома площа шорсткої поверхні.

Досліджена залежність зведеної площі поверхні стику, що омивається середовищем, від комплексу умов контактування. Зведеною площею поверхні стику, що омивається середовищем, названо відношення $\tilde{S}_K = S_K / (1 + S)$.

$$S_K = \left[2 + 10,45 \left(\frac{Ra}{S_m} \right)^{1,643} \right] \exp(-0,547 K^{0,196}).$$

Значення, розраховані за точною та розрахунковою формулою питомої площі поверхні стику, що омивається середовищем, різняться не більше, ніж на 6,1%.

Література

1. Тимошук О.Г. Розробка методів розрахунку та експериментального дослідження герметичності беззмасувальних циліндро-поршневих ущільнень: Дис. ... канд. техн. наук. - Хмельницький, 2003. - 386 с.
2. Evaluation of accuracy of the method of calculation of the effective level of deformation of contacting surfaces of cylinder-piston seals, Tymoshchuk O. Actual problems of modern science. Monograph: edited by Matiukh S., Skyba M., Musial J., Polishchuk O. – Bydgoszcz University of Science and Technology, Poland, KhNU – 2021. – p. 425-431.
3. Семенюк Н.Ф., Сиренко Г.А. Описание топографии анизотропных шероховатых поверхностей трения с помощью модели случайного поля. Полная кривизна, главные кривизны и отношение главных кривизн в вершинах микронеровностей. Удельная площадь гауссовской поверхности и удельный объем зазора // Трение и износ. - 1980. - № 5. - С. 815 - 823.

References

1. Tymoshchuk O. Development of methods for calculation and experimental study of the tightness of non-lubricating cylinder-piston seals: Dis. ... Cand. tech. Science. - Khmelnytsky, 2003. - 386 p.
2. Evaluation of accuracy of the method of calculation of the effective level of deformation of contacting surfaces of cylinder-piston seals, Tymoshchuk O. Actual problems of modern science. Monograph: edited by Matiukh S., Skyba M., Musial J., Polishchuk O. – Bydgoszcz University of Science and Technology, Poland, KhNU – 2021. – p. 425-431.
3. Semeniyuk N.F., Sirenko G.A. Description of the topography of anisotropic rough friction surfaces using a random field model. Total curvature, principal curvatures, and ratio of principal curvatures at the vertices of microroughnesses. Specific area of the Gaussian surface and the specific volume of the gap // Friction and wear. - 1980. - № 5. - P. 815 - 823.