

Надія ПОТАПОВА

Донецький національний університет імені Василя Стуса

<https://orcid.org/0000-0003-4566-4102>e-mail: [potapova.nadin@gmail.com](mailto:potapova.nadin@gmail.com)

Людмила ВОЛОНТИР

Вінницький національний аграрний університет

<https://orcid.org/0000-0001-9022-9332>e-mail: [mlavolontyr@ukr.net](mailto:mlavolontyr@ukr.net)

## МЕТОД МОДЕЛЮВАННЯ В УПРАВЛІННІ ЗАПАСАМИ ІЄРАРХІЧНИХ ЛОГІСТИЧНИХ СИСТЕМ

*В роботі висвітлено питання використання методу моделювання в управлінні запасами ієрархічних логістичних систем. Обґрунтовується питання необхідності моделювання управління запасами як одного з ключових параметрів логістики розподілу. Доведено, що ієрархічна логістична система може генерувати потокові процеси за законом Пуассона, що робить можливим застосування теорії систем масового обслуговування при формалізації процесів надходжень поставок ресурсів для поповнення запасів логістичного центру з подальшим розподілом потоків по філіям регіонального типу.*

*Даний метод ґрунтується на отриманні оптимальних характеристик інтенсивності поставок ресурсів в розрізі конкретної номенклатури за умови обмежень на наявні обігові кошти та формування резервного запасу забезпечення ремонтних робіт.*

*Ключові слова: моделювання, теорія управління запасами, оптимізація, теорія масового обслуговування, ієрархічна логістична система, сервісні пункти.*

Nadiia POTAPOVA

Vasyl' Stus Donetsk National University

Ludmila VOLONTYR

Vinnytsia National Agrarian University

## MODELING METHOD IN STOCK MANAGEMENT HIERARCHICAL LOGISTICS SYSTEMS

*The work highlights the issue of using the modeling method in inventory management of hierarchical logistics systems. The issue of the necessity of inventory management modeling as one of the key parameters of distribution logistics is substantiated. It has been proven that the hierarchical logistics system can generate flow processes according to Poisson's law, which makes it possible to apply the theory of mass service systems in the formalization of the processes of incoming supplies of resources to replenish the stocks of the logistics center with further distribution of flows among regional branches.*

*This method is based on obtaining optimal characteristics of the intensity of supply of resources in the section of a specific nomenclature, subject to restrictions on available working capital and the formation of a reserve stock for maintenance of repair works.*

*Keywords: modeling, inventory management theory, optimization, mass service theory, hierarchical logistics system, service points.*

### Постановка проблеми у загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями

Методи обробки даних є одним із ключових елементів процесингу інформаційних систем. В логістичних інформаційних системах блок задач управління запасами направлений на вирішення питань обробки даних та прийняття рішень щодо управління закупками, класифікації номенклатурних груп, розробки моделей прийняття рішень в системі планування витрат на процеси управління запасами тощо. Моделі управління запасами є не тільки інструментарієм вирішення ключових питань логістики запасів, а й засіб математичної формалізації та розв'язку прикладних задач логістики та менеджменту, що розвивається в напрямку дослідження операцій та аналізу даних. Більшість задач управління запасами мають на меті отримати математичний підхід до вирішення питань пошуку оптимальної кількості запасів або замовлень, які мають урівноважувати витрати, пов'язані із дефіцитом запасів або їх надлишками, отримавши при цьому оптимальну траєкторію змін сукупних витрат.

Проте, існує множина факторів, які прямо або приховано впливають на результативність процесів поповнення запасів, що відображують характеристики їхнього просування у часі, зокрема такими факторами можна визнати розподіл надходження замовлень у часі та інтенсивність їх обслуговування. Тоді виникає задача отримання оптимального рівня системи управління запасами з урахуванням інтенсивності потоків за визначений часовий період, розв'язок якої можливо отримати імплементацією положень теорії масового обслуговування в базис класичних моделей управління запасами.

### Аналіз останніх досліджень та публікацій

Класичними є моделі управління запасами (з фіксованим рівнем запасів, з двома рівнями управління запасами, s-політики управління запасами, одноразових закупок, закупок партіями ресурсів), які докладно описав Таха Х.А. [15] визначивши основні риси процесів управління запасами та математичні ідентифікатори їх оцінювання. В своїх працях Вагнер Х.М. [16] досліджує математичні стохастичні моделі

управління запасами, зокрема модель економічно обґрунтованого розміру запасів. Теорія управління запасами набула свого подальшого розвитку в роботах науковців Гамалія В.Ф.[1], Лісовської В.П. [3], Пишнограєва І.О. [5] та ін. Ними проведено математичну формалізацію прикладних моделей управління запасами та приклади їх практичної реалізації для оптимізації управлінських рішень [7, 8, ]. Проте, залишається ряд невирішених питань, зокрема застосування методів та моделей управління запасів в логістичних системах у випадку інтегрованих потоків попиту багатонаменклатурних ресурсів.

### Формулювання цілей статті

Метою роботи є визначення сутності методу моделювання в управлінні запасами ієрархічних логістичних систем на основі отримання оптимальних характеристик інтенсивності поставок ресурсів в розрізі конкретної номенклатури за умови обмежень на наявні обігові кошти та формування резервного запасу забезпечення ремонтних робіт.

### Виклад основного матеріалу дослідження

Функціонування ієрархічної логістичної системи формалізується безліччю внутрішніх та зовнішніх зв'язків, що утворюються внаслідок фізичного просування матеріальних ресурсів. Ієрархії відповідає надходження замовлень від нижчого рівня системи до її верхнього виконавчого рівня. Поряд з цим генерується інформаційний потік замовлень, що містить категорійну сутність ресурсів і безпосередньо пов'язаний з матеріальними потоками. В такому випадку розглядається не тільки процес руху замовлення в логістичній системі з отриманням часових характеристик, а й інші процеси, що обумовлені економікою діяльності. Вони описуються: обсягом закуплених ресурсів; цінами виробників; витратами на зберігання; грошовими коштами, що вкладають у процес закупки; витрати, пов'язані з відсутністю замовлених ресурсів. Такі задачі відносяться до класу задач управління запасами. Основні питання, що вирішують математичні моделі таких задач: яку кількість ресурсу потрібно купувати та в який термін часу потрібно здійснювати поставки. [15]

Слід зазначити, що дані моделі побудовані на основі твердження про отримання попиту від конкретного замовника, тоді сам процес представлений у вигляді ординарного потоку від одного джерела виникнення. Класична модель економічного розміру партії поставки ресурсу для утворення запасу передбачає попереднє визначення попиту і поповнення запасу за умови відсутності часу на доставку. Оптимальний розмір партії поставки визначається за формулою Уілсона [16]:

$$q_0 = \sqrt{2C_0S/C_u i},$$

де  $q_0$  – оптимальний розмір запасу;

$C_0$  – витрати на заключно-підготовчі операції;

$S$  – річний обсяг поставок;

$C_u$  – вартість ресурсу;

$i$  – розмір витрат на зберігання ресурсу.

Дана модель призначена для аналітичного оцінювання оптимального розміру обсягів поставок однономенклатурних ресурсів з фіксованою ціною, часового інтервалу між поставками, а також мінімальних витрат за рік. В цьому випадку неврахованими залишаються параметри невизначеності попиту, багатонаменклатурності продукції, штрафи внаслідок дефіциту продукції. Проте, одним із ключових факторів є фактор часу, з урахуванням якого відбувається налагодження процесу надходження ресурсів у часі. Тому, особливий інтерес викликають моделі, що розглядають поставки в динаміці [5, 7, 8]. Загальні витрати на поставки складаються із змінної і постійної частини. Метою застосування моделі є визначення мінімального рівня запасу. При такому моделюванні знаходять верхній рівень запасів і розробляється політика управління запасами однономенклатурної продукції. Тому, доцільним є зведення процесу моделювання не тільки до визначення окремої точки поповнення запасу, а й встановлення інтервалу оптимального рівня запасів. За межами даного інтервалу поповнення запасів не є ефективним. Тому доцільною є використання методики визначення інтервалу оптимального рівня запасів, з урахуванням економічної оцінки та інтенсивності проходження потоку за часовий період.

В багатьох випадках розглядаються задачі управління запасами з обмеженнями. Методами вирішення таких задач є оптимізація на основі показників Лагранжа. Тому, одним із таких обмежень можна визнати використання обігових коштів, від обороту яких залежить швидкість та оновленість потоків у часі. Тобто, формується політика управління запасами з урахуванням обмежень на обіговий капітал.

На обсяг ресурсів, що закуповується по різних джерелах, впливає організація процесу обслуговування замовлення, зокрема: часові затримки при оформленні замовлень, порядок їх розміщення в процесі обслуговування, можливість очікування для обслуговування тощо. Процес постачання ресурсів з множини декількох джерел може бути формалізованим у вигляді складної відкритої системи масового обслуговування. Опис процесів надходження та зберігання запасів на центральні координаційні склади системи застосовано методику вирішення задач управління запасами через характеристики системи масового обслуговування. В основі методики є використання моделей, оптимального розміру замовлення багатонаменклатурних поставок та формування резервного комплексу обслуговування.

Розглянемо задачу управління запасами при однономенклатурних і багатонаменклатурних

поставках ресурсів. Поставки ресурсів розподілені за законом Пуасона і мають інтенсивність  $\lambda$ . Попит на ресурси розподілений за законом Пуасона з інтенсивністю  $\mu$ . Імовірність наявності запасу ресурсів в центрі обслуговування замовлень вищого рівня позначимо  $P_n$ , а імовірність відсутності запасу  $P_0$ . Необхідним є визначення інтенсивності поставок ресурсів  $\lambda_{\text{опт}}$ .

В логістичній ієрархічній системі пріоритетними є вертикальні зв'язки постачання, які утворюються на рівні територіальних районів та області (центру). Інтенсивність попиту від генераторів замовлень нижчого рівня ієрархії системи визначена за формулою:

$$\mu_{\text{район}} = \sum_j^N \sum_i^M \mu_{ij},$$

де  $\mu_{\text{район}}$  – інтенсивність попиту в окремому територіальному районі;

$i$  – змінна, що визначає попит на конкретну номенклатуру ресурсів,  $i = 1, 2, 3, \dots, M$ ;

$j$  – змінна, що визначає кількість замовників в даному ринковому сегменті,  $j = 1, 2, 3, \dots, N$ ;

$\mu_{ij}$  – інтенсивність попиту  $j$ -го замовника на  $i$ -ту номенклатуру ресурсів.

Тоді, інтенсивність попиту від підприємств нижчого (територіального районного) рівня до центрального (обласного) буде,

$$\mu_{\text{обл}} = \sum_j^R \sum_i^M \mu_{\text{район } ij},$$

де  $\mu_{\text{обл}}$  – інтенсивність попиту на ресурси, сформована на вищому (центральному) рівні;

$i$  – змінна, що визначає кількість номенклатур ресурсів,  $i = 1, 2, 3, \dots, M$ ;

$j$  – змінна, що визначає кількість підприємств на нижчому (територіальному районному) рівні системи поставок ресурсів,  $j = 1, 2, 3, \dots, R$ ;

$\mu_{\text{район } ij}$  – інтенсивність попиту  $j$ -го районного підприємства системи на  $i$ -ту номенклатуру ресурсів.

Система постачання ресурсів приймає вид М/М/1 по класифікації Кендала [2, 4]. Чергою на центральному обласному рівні є кількість ресурсів, що необхідні на нижчому територіальному районному рівні системи. Чергою на територіальному районному рівні є кількість ресурсів необхідних замовникам зовнішнього попиту в конкретному сегменті ринку. Розв'язок для стаціонарного стану отримуємо на основі рівнянь Чепмена-Колмогорова [9, 12, 13, 14]:

$$\begin{cases} \rho_0 = 1 - \lambda/\mu = 1 - \rho \\ \rho_n = (\lambda/\mu)^n \rho_0 = \rho^n (1 - \rho) \end{cases}$$

де  $\rho_0$  – коефіцієнт завантаження системи в нульовому стані;

$\rho_n$  – коефіцієнт завантаження системи в  $n$ -му стані.

Величину середньої кількості запасів обчислено за формулою 1.1, а її середньоквадратичне відхилення по формулі 1.2, :

$$\bar{n} = \frac{\rho}{\rho - 1}, \quad (1.1)$$

де  $\bar{n}$  – середня кількість запасів на складі;

$\rho$  – коефіцієнт завантаження системи.

$$\sigma_n^2 = \frac{\rho}{(1 - \rho)^2}, \quad (1.2)$$

де  $\sigma_n^2$  – середньоквадратичне відхилення середньої кількості запасів;

$\rho$  – коефіцієнт завантаження системи.

Оптимальний коефіцієнт завантаження системи через витрати управління запасами приймає вигляд:

$$\rho_{\text{опт}} = 1 - \sqrt{C_u/C_z},$$

де  $\rho_{\text{опт}}$  – оптимальний коефіцієнт завантаження системи;

$C_u$  – витрати на зберігання ресурсів, грн.;

$C_z$  – втрати, які виникають внаслідок дефіциту ресурсів, грн.

Оптимальна інтенсивність поставок, виведена через економічні характеристики управління запасами дорівнюватиме:

$$\lambda_{\text{опт}} = \mu \left(1 - \sqrt{\frac{C_u}{C_z}}\right) \quad (1.3)$$

де  $\lambda_{\text{опт}}$  – оптимальна інтенсивність попиту;  
 $\mu$  – інтенсивність попиту;  
 $C_u$  – витрати на зберігання ресурсів, грн.;  
 $C_z$  – втрати, які виникають внаслідок дефіциту ресурсів, грн.  
 У випадку вирішення питань оптимізації поставок при однономенклатурних ресурсах задача багатноменклатурних поставок доповниться виразом:

$$C_{ui} = k_i C_i,$$

де  $C_{ui}$  – витрати на зберігання одиниці  $i$ -го ресурсу, грн.;  
 $k_i$  – коефіцієнт витрат управління запасами, прийнятий як доля ціни  $i$ -го ресурсу;  
 $C_i$  – ціна  $i$ -го ресурсу, грн.  
 Тоді загальні витрати управління запасами по  $M$ -номенклатурах складуть:

$$C_{\text{заг}} = \sum_{i=1}^M \left( C_i k_i \frac{\rho_i}{1 - \rho_i} + C_{z_i} (1 - \rho_i) \right),$$

де  $C_{\text{заг}}$  – загальні витрати управління запасами по  $M$ -номенклатурах;  
 $M$  – кількість номенклатур,  $i = 1, 2, \dots, M$ ;  
 $C_i$  – ціна  $i$ -го ресурсу, грн.;  
 $k_i$  – коефіцієнт витрат управління запасами, прийнятий як доля ціни  $i$ -го ресурсу;  
 $\rho_i$  – завантаження системи з  $i$ -им видом ресурсів;  
 $C_{z_i}$  – втрати внаслідок дефіциту  $i$ -го ресурсу, грн.  
 Кошти, які будуть витрачені на поповнення певної кількості одиниць ресурсів:

$$C_{\text{пок}} = T \sum_{i=1}^M \lambda_i C_i,$$

де  $C_{\text{пок}}$  – кошти, що будуть витрачені на поповнення конкретної кількості одиниць ресурсів, грн.;  
 $T$  – період часу проектування поставок, дні;  
 $M$  – кількість номенклатур,  $i = 1, 2, 3, \dots, M$ ;  
 $\lambda_i$  – інтенсивність поставок  $i$ -го ресурсу;  
 $C_i$  – ціна  $i$ -го ресурсу, грн.

Оптимальна інтенсивність поставок по конкретній номенклатурі ресурсів, за умови обмежень наявності вільних обігових коштів, може бути отриманою методом невизначених множників Лагранжа і дорівнюватиме:

$$\lambda_{i_{\text{опт}}} = \mu_i + \frac{C_o / T - \sum_{i=1}^M C_i \mu_i}{\sum_{i=1}^M C_i \sqrt{\frac{\mu_i T (C_{z_i} - C_i k_i)}{C_i}}} \sqrt{\frac{\mu_i T (C_{z_i} - k_i C_i)}{C_i}}, \quad (1.4)$$

де  $\lambda_{i_{\text{опт}}}$  – оптимальна інтенсивність поставок по  $i$ -й номенклатурі ресурсів;  
 $\mu_i$  – інтенсивність попиту на  $i$ -й вид ресурсу;  
 $C_o$  – кількість вільних обігових коштів, грн.;  
 $T$  – період часу проектування поставок по замовленнях, дні;  
 $M$  – кількість номенклатур,  $i = 1, 2, 3, \dots, M$ ;  
 $C_i$  – ціна  $i$ -го ресурсу, грн.;  
 $k_i$  – коефіцієнт витрат управління запасами, прийнятий як доля ціни  $i$ -го ресурсу.  
 $C_{z_i}$  – втрати, які виникають внаслідок дефіциту ресурсів, грн.

Таким чином, визначення оптимальної кількості поставок по  $M$ -номенклатурах залежить від величини  $\mu_i$ , тобто від розподілу попиту на ресурси, що дає змогу при певних співвідношеннях величин управління запасами прогнозувати обсяг поставлених ресурсів, а також обсяг запасу ресурсів з метою їх подальшого постачання у визначений інтервал часу.

Модель, яка оптимізує процес управління запасами для організаційної структури логістичної системи ієрархічного типу з урахуванням сервісних служб враховує їх ієрархічну територіальну підпорядкованість. Постановка задачі передбачає: наявність в територіальному підпорядкуванні сервісні служби для технічного обслуговування;  $n$  одиниць однотипового технологічного обладнання (логістично обґрунтованого для взаємозаміни ремонтних частин),  $g$  одиниць запасного ремонтного комплексу. Елемент обладнання, що вийшов з ладу замінюється запасним і надходить в сервісну центральну службу. Після ремонту він поповнює запасний ремонтний комплект обладнання. В територіальному регіоні працює  $s$

сервісних обслуговуючих центрів. Чергою є непридатне обладнання, що очікує на ремонт. Наступні позначення:

а)  $\lambda$  – інтенсивність напрацювання на відмову одиниці обладнання, яка є випадковою величиною розподіленою по закону Пуасона;

б)  $\mu$  – параметр процесу відновлення одиниці обладнання, який розподілений по експоненціальному закону ( $1/\mu$  – середній час ремонту обладнання).

Метою використання моделі є визначення оптимального розміру комплексу запасного обладнання  $r$  і кількості сервісних пунктів  $s$ , які мінімізують загальні витрати на створення і утримання регіональної сервісної організації.

Цільова функція враховує витрати на функціонування сервісної служби:

$$\Pi(s, r) = C_p s + C_3 r + C_n \bar{U}(s, r), \quad (1.5)$$

де  $\Pi(s, r)$  – загальні витрати на утримання сервісної системи, грн;

$r$  – комплект запасного обладнання, шт;

$s$  – кількість сервісних пунктів, одиниць;

$C_p$  – вартість утримання одного сервісного пункту в одиницю часу, грн.;

$C_3$  – вартість одиниці запасного обладнання, грн.;

$C_n$  – вартість простою техніки в одиницю часу, грн.;

$\bar{U}(s, r)$  – середня кількість техніки в територіальному регіоні, яка не працює через відмову в сервісному обслуговуванні, шт.

Оптимальними значеннями  $s$  і  $r$  будуть такі значення, які мінімізуватимуть функцію (1.5). Визначимо складову  $\bar{U}(s, r)$ . Модель може бути описана марківським процесом з поглинаючим бар'єром в точці  $n+r$ . [12] Для такого процесу система рівнянь Чепмена-Колмогорова матиме вигляд:

$$\frac{dP_0(t)}{dt} = -\lambda P_0(t) + \mu P_1(t).$$

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = \lambda P_{i-1}(t) - (\lambda + i\mu)P_i(t) + (i+1)\mu P_{i+1}(t); i < s.$$

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = \lambda P_{i-1}(t) - (\lambda + s\mu)P_i(t) + s\mu P_{i+1}(t); s \leq i \leq m,$$

де  $m = n+r$ .

Розв'язком даної системи рівнянь в стаціонарному стані є імовірності:

$$P_i = \frac{\rho^i}{i!} P_0, i < s,$$

$$P_i = \frac{(\rho/s)^i s^s}{s!} P_0, s \leq i \leq m, \quad (1.6)$$

де  $\rho = \lambda/\mu$ .

Імовірність  $P_0$  може бути визначена із умови нормування і матиме вигляд виразу:

$$P_0 = \left[ \sum_{i=0}^{s-1} \frac{\rho^i}{i!} + \frac{s^s}{s!} \sum_{i=s}^m \left( \frac{\rho}{s} \right)^i \right]^{-1}. \quad (1.7)$$

Якщо використати властивості кінцевих сум, тоді отримаємо вираз 1.8:

$$\sum_{i=0}^{s-1} \frac{\rho^i}{i!} = \frac{1}{(s-1)!} e^\rho \int_{\rho}^{\infty} t^{s-1} e^{-t} dt = \frac{e^\rho}{(s-1)!} \Gamma(s, \rho), \quad (1.8)$$

де  $\Gamma(s, \rho)$  - неповна гама-функція, значення якої табульовані.

Підставивши (1.8) в (1.7) отримуємо:

$$P_0 = \left\{ \frac{e^\rho}{(s-1)!} \Gamma(s, \rho) + \frac{\rho^s}{(1-\rho/s)s!} \left[ 1 - \left( \frac{\rho}{s} \right)^{m-s+1} \right] \right\}^{-1}.$$

Тоді  $\bar{U}(s, r)$  буде дорівнювати виразу 1.9:

$$\bar{U}(s, r) = \sum_{i=0}^m iP_i = P_0 \left\{ \sum_{i=0}^{s-1} i \frac{\rho^i}{i!} + \sum_{i=s}^m i \frac{(\rho/s)^i s^s}{s!} \right\}. \quad (1.9)$$

Підставивши значення  $\bar{U}(s, r)$  в цільову функцію  $\Pi(s, r)$  отримаємо остаточний вираз. При  $s=1$ ,  $m \rightarrow \infty$  результати приводяться до виду системи масового обслуговування типу М/М/1 по класифікації Кендала. Запропонований підхід можна застосувати для децентралізованої організаційної сервісної структури зумови вибору в якості критерію конкретизоване значення коефіцієнту готовності техніки  $K_r^*$  та цільової функції вигляду:

$$K_r^* = \sum_{i=0}^r P_i,$$

де  $P_i$  – імовірність, яка визначається по формулам (1.6).

Відмітимо, що потреба у зверненні до сервісного центру визначається замовником самостійно, з урахуванням факторів наявності запасних частин у себе, рівень сервісного обслуговування, кваліфікацію спеціалістів, можливості оплатити обслуговування.

**Висновок.** Використання методу моделювання при вивченні функціонування логістичної ієрархічної системи дозволяє всебічно розглянути її роботу, внутрішні і зовнішні зв'язки, проаналізувати механізм потокового просування ресурсів, оцінити її поведінку.

Функціонування системи формалізується шляхом декомпозиції окремих процесів виконання замовлень, поставок ресурсів на центральні склади та їх розподілу у залежності від попиту і пропозиції. Для опису даних процесів доцільно застосовувати методи математичної статистики, теорії масового обслуговування, теорії управління запасами.

Застосування подальшого об'єднання оптимальних моделей та методу імітаційного моделювання дозволить відобразити поведінку системи з урахуванням багатоваріантності початкових значень параметрів.

### Література

1. Гамалій В.Ф., Романчук С.А. Вибір базових даних для оптимального керування запасами в економіко-організаційних системах з використанням імітаційного моделювання. URL: [https://core.ac.uk/display/81587821?utm\\_source=pdf&utm\\_medium=banner&utm\\_campaign=pdf-decoration-v1/](https://core.ac.uk/display/81587821?utm_source=pdf&utm_medium=banner&utm_campaign=pdf-decoration-v1/)
2. Литвинов А. Л. Теорія систем масового обслуговування: навч. посібник. Харків. нац. ун-т міськ. госп-ва ім. О. М. Бекетова. Харків: ХНУМГ ім. О. М. Бекетова, 2018. 141 с.
3. Лісовська В.П., Манжос Т.В. Про ефект централізації управління запасами за нормально розподіленого попиту. Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Фізико-математичні науки: зб. наук. пр. Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільськ. нац. ун-т, 2012. Вип. 7. С. 175-185.
4. Майстренко О.В., Бубенщиков Р.В., Карга О.В. Теорія масового обслуговування як засіб удосконалення моделі прийняття рішень. Військово-технічний збірник. 2019. №20. С. 14-19.
5. Пишнограєв І.О., Омельченко Ю.В. Моделювання управління запасами підприємства в умовах невизначеності попиту. Актуальні проблеми економіки та управління: збірник наукових праць молодих вчених. 2020. Вип. 14. URL: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/37811/>
6. Стеценко І.В. Моделювання систем: навч. посіб. М-во освіти і науки України, Черкас. держ. технол. ун-т. Черкаси : ЧДТУ, 2010. 399 с.
7. Хоменко М.М. Динамічна модель управління запасами з обґрунтуванням величини партій присадок. Вісник Хмельницького національного університету. 2011. № 3. Т. 3. С. 12-18.
8. Цеслів О.В., Гришко М.П. Стохастичні моделі управління запасами поставок товару. Економічний вісник НТУУ «КПІ», 2019. С. 451 – 459.
9. Agboola S.O., Ojieniyi, A. (2018) The Chapman-Kolmogorov equations of solving weather condition in markov chain. URL: [https://www.researchgate.net/publication/330535754\\_the\\_Chapman\\_Kolmogorov\\_equations\\_of\\_solving\\_weather\\_condition\\_in\\_markov\\_chain](https://www.researchgate.net/publication/330535754_the_Chapman_Kolmogorov_equations_of_solving_weather_condition_in_markov_chain).
10. Chican, A. Inventory models /Ed. by A. Chican. Akademiai kiado, Budapest, 1990. 419 pp.
11. Mills, Edwin S. "The Theory of Inventory Decisions." *Econometrica*, vol. 25, no. 2, 1957, pp. 222-238. *JSTOR*, <https://doi.org/10.2307/1910251>. Accessed 18 Oct. 2022.
12. Dynkin E.B. (1989) Kolmogorov and the Theory of Markov Processes. *The Annals of Probability*. Vol. 17, No. 3 (Jul., 1989), pp. 822-832. <https://www.jstor.org/stable/2244385>.
13. Nicholas W. Barendregt, Krešimir Josić, and Zachary P. Kilpatrick Analyzing dynamic decision-making models using Chapman-Kolmogorov equations. *J Comput Neurosci*. 2019 Dec; 47(2-3): 205-222. doi: 10.1007/s10827-019-00733-5.
14. Haken, H., Mayer-Kress, G. (1981) Chapman-Kolmogorov equation and path integrals for discrete chaos in presence of noise. *Z. Physik B - Condensed Matter* 43, 185–187. <https://doi.org/10.1007/bf01293609/>
15. Hamdy A. Taha. *Operations Research An Introduction*, seventh edition. Pearson Education, 2017. 848 pp.
16. Wagner Harvey M. *Principles of operations research: with applications to managerial decisions*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1975. 1039 pp.

## References

1. Hamalii V.F., Romanchuk S.A. Vybir bazovykh danykh dlia optimalnoho keruvannia zapasamy v ekonomiko-orhanizatsiinykh systemakh z vykorystanniam imitatsiinoho modeliuvannia. URL: [https://core.ac.uk/display/81587821?utm\\_source=pdf&utm\\_medium=banner&utm\\_campaign=pdf-decoration-v1/](https://core.ac.uk/display/81587821?utm_source=pdf&utm_medium=banner&utm_campaign=pdf-decoration-v1/)
2. Lytvynov A. L. Teoriia system masovoho obsluhovuvannia: navch. posibnyk. Kharkiv. nats. un-t misk. hosp-va im. O. M. Beketova. Kharkiv: KhNUMH im. O. M. Beketova, 2018. 141 s.
3. Lisovska V.P., Manzhos T.V. Pro efekt tsentralizatsii upravlinnia zapasamy za normalno rozpodilenooho popytu. Matematyčne ta kompiuterne modeliuvannia. Serii: Fizyko-matematychni nauky: zb. nauk. pr. Kamianets-Podilskyi: Kamianets-Podilsk. nats. un-t, 2012. Vyp. 7. S. 175-185.
4. Maistrenko O.V., Bubenshchikov R.V., Karha O.V. Teoriia masovoho obsluhovuvannia yak zasib udoskonalennia modeli pryiniattia rishen. Viiskovo-tekhnichnyi zbirnyk. 2019. №20. S. 14-19.
5. Pyshnohraiev I.O., Omelchenko Yu.V. Modeliuvannia upravlinnia zapasamy pidpriemstva v umovakh nevyznachenosti popytu. Aktualni problemy ekonomiky ta upravlinnia: zbirnyk naukovykh prats molodykh vchenykh. 2020. Vyp. 14. URL: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/37811/>
6. Stetsenko I.V. Modeliuvannia system: navch. posib. M-vo osvity i nauky Ukrainy, Cherkas. derzh. tekhnol. un-t. Cherkasy: ChDTU, 2010. 399 s.
7. Khomenko M.M. Dynamichna model upravlinnia zapasamy z obgruntuvanniam velychyny partii prysadok. Visnyk Khmelnytskoho natsionalnoho universytetu. 2011. № 3. T. 3. S. 12-18.
8. Tseliv O.V., Hryshko M.P. Stokhastychni modeli upravlinnia zapasamy postavok tovaru. Ekonomichnyi visnyk NTUU «KPI», 2019. S. 451 – 459.
9. Agboola S.O., Ojeniyi, A. (2018) The Chapman-Kolmogorov equations of solving weather condition in markov chain. URL: [https://www.researchgate.net/publication/330535754\\_the\\_Chapman\\_Kolmogorov\\_equations\\_of\\_solving\\_weather\\_condition\\_in\\_markov\\_chain](https://www.researchgate.net/publication/330535754_the_Chapman_Kolmogorov_equations_of_solving_weather_condition_in_markov_chain).
10. Chican, A. Inventory models /Ed. by A. Chican. Akademiaikiado, Budapest, 1990. 419 pp.
11. Mills, Edwin S. "The Theory of Inventory Decisions." *Econometrica*, vol. 25, no. 2, 1957, pp. 222-238. JSTOR, <https://doi.org/10.2307/1910251>. Accessed 18 Oct. 2022.
12. Dynkin E.B. (1989) Kolmogorov and the Theory of Markov Processes. *The Annals of Probability*. Vol. 17, No. 3 (Jul., 1989), pp. 822-832. <https://www.jstor.org/stable/2244385>.
13. Nicholas W. Barendregt, Krešimir Josić, and Zachary P. Kilpatrick Analyzing dynamic decision-making models using Chapman-Kolmogorov equations. *J Comput Neurosci*. 2019 Dec; 47(2-3): 205-222. doi: 10.1007/s10827-019-00733-5.
14. Haken, H., Mayer-Kress, G. (1981) Chapman-Kolmogorov equation and path integrals for discrete chaos in presence of noise. *Z. Physik B - Condensed Matter* 43, 185–187. <https://doi.org/10.1007/bf01293609/>
15. Hamdy A. Taha. *Operations Research An Introduction*, seventh edition. Pearson Education, 2017. 848 pp.
16. Wagner Harvey M. *Principles of operations research: with applications to managerial decisions*. Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1975. 1039 pp.