

БАРАБАШ ОЛЕГ

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

<https://orcid.org/0000-0003-1715-0761>e-mail: [bar64@ukr.net](mailto:bar64@ukr.net)

КИР'ЯНОВ АРТЕМІЙ

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

<https://orcid.org/0000-0003-3116-0122>e-mail: [veniaminandater888@gmail.com](mailto:veniaminandater888@gmail.com)

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ГРУПОВОГО УПРАВЛІННЯ БЕЗПІЛОТНИМИ ЛІТАЛЬНИМИ АПАРАТАМИ НА ОСНОВІ МЕТОДУ ПРОСТОРУ ВІДНОСНИХ СТАНІВ

*Досліджується управління групами безпілотних літальних апаратів (БПЛА) на основі методу простору відносних станів та узгодженого управління. Однією з основних проблем дослідження є супутності систем є координaciя дiй мiж автономними агентами для досягнення загальних цiлiй та виконання мiсiї. Для розробки математичної моделi запропоновано використання методу простору відносних станів, який дозволяє агентам визначати своє положення та орієнтацiю щодо iнших агентiв у системi. Це дає можливiсть ефективно координувати та узгоджувати свої дiї для уникнення колiзiй, що є критичним мiсiем у сценарiях застосування груп БПЛА зi жорсткими вимогами до точностi та надiйностi виконання завдань. Одним iз центральних аспектiв розгляду є використання iерархiчної системi управлiння. Кожен БПЛА оснащений стандартним автопiлотом, який забезпечує точне вiдстеження вхiдних сигналiв наведення. Це дозволяє реалiзовувати стратегiї прямолiнiйного руху на заданий траек托riї та управлiння апаратом для виконання польотного завдання з необхiдною точностi та надiйностi. Показник ефективностi запропонованого пiдходу пiдтверджено в ходi експериментiв з використанням повних нелiнiйних моделей динамiки польоту апаратiв "Zagi UAV", якi були оснащенi автопiлотами. Застосування даного методу управлiння дозволило досягти успiшного виконання завдань групового польоту з точки зору планування маршруту та безпеки польоту в навiгацiйному вiдношеннi. У роботi проаналiзовано процес побудови групи та пiдтримування заданої геометричної форми для чотирьох БПЛА. Спочатку геометрична форма представлена прямoю лiнiєю, але завдяки використанню запропонованого методу досягається необхiдна геометрична конфiгурацiя. Показано, що за допомоги запропонованого методу управлiння з'являється додаткова можливiсть динамiчного коригування траектоriї в процесi польоту для адаптацiї до змiни зовнiшнiх умов. Результати дослiджень показують високий рiвень ефективностi та надiйностi запропонованого методу управлiння в умовах динамiчних змiн та обмежень.*

**Ключовi слова:** групове управлiння, безпiлотнi лiтальнi апаратi, iерархiчний пiдхiд, адаптацiя параметрiв, мультиагентнi системi, нелiнiйнi моделi динамiки, математичне моделювання польоту.

BARABASH OLEG, KYRIANOV ARTEMII

National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

### MATHEMATICAL MODEL OF GROUP CONTROL OF UAVS BASED ON RELATIVE STATE SPACE METHOD

*The control of groups of unmanned aerial vehicles (UAVs) based on the relative state space method and coordinated control is studied. One of the main problems in the study of a set of systems is the coordination of actions between autonomous agents to achieve common goals and fulfill a mission. To develop a mathematical model, the use of the relative state space method is proposed, which allows agents to determine their position and orientation relative to other agents in the system. This makes it possible to effectively coordinate and coordinate their actions to avoid collisions, which is a critical point in UAV group application scenarios with strict requirements for accuracy and reliability of mission performance. One of the central aspects of the review is the use of a hierarchical management system. Each UAV is equipped with a standard autopilot that provides accurate tracking of incoming guidance signals. This allows you to implement strategies of straight-line movement on a given trajectory and control the device to perform a flight task with the necessary accuracy and reliability. The efficiency index of the proposed approach was confirmed during experiments using full nonlinear models of flight dynamics of "Zagi UAV" devices, which were equipped with autopilots. The application of this control method made it possible to achieve successful performance of group flight tasks from the point of view of route planning and flight safety in terms of navigation. The paper analyzes the process of building a group and maintaining a given geometric shape for four UAVs. Initially, the geometric shape is represented by a straight line, but thanks to the use of the proposed method, the necessary geometric configuration is achieved. It is shown that with the help of the proposed control method, an additional possibility of dynamic adjustment of trajectories during the flight to adapt to changes in external conditions appears. The research results show a high level of efficiency and reliability of the proposed management method in conditions of dynamic changes and limitations.*

*Keywords: group control, unmanned aerial vehicles, hierarchical approach, parameter adaptation, multi-agent systems, nonlinear dynamics models, mathematical flight simulation.*

#### Постановка проблеми

В останнє десятилiття спостерiгається стiрмий розвиток безпiлотної авiацiї. Безпiлотнi лiтальнi апаратi (БПЛА) мають низку переваг у порiвняннi з пiлотованими лiтальнiми апаратами. Насамперед, це низькi витрати на виробництво та експлуатацiю лiтальнiх апаратiв, можливiсть створення та застосування малих та мiкро-БПЛА з обмеженiм радiусом дiї для виконання конкретних завдань спостереження за земною поверхнею: авiацiйна розвiдка, спостереження за лiсовими масивами, сiльськогосподарськими

угіддями, наслідками надзвичайних ситуацій, тощо. На сьогодні майже всі розвинені країни займаються розробкою безпілотних літальних апаратів різних класів та широкого спектру призначення. Проте, виконання завдань поодинокими літальними апаратами завжди має меншу ефективність у порівнянні із узгодженими діями сукупності БПЛА, які об'єднуються в групи.

Вирішення завдань управління групами безпілотних літальних апаратів ґрунтуються на ієрархічному підході до узгодженого виконання автономними безпілотними літальними апаратами (БПЛА) завдань, в яких є необхідним виконання функцій стабілізації кутового положення та відстеження траєкторії руху на заданому маршруті. Передбачається наявність на кожному БПЛА налаштованого стандартного автопілоту, який може з достатньою точністю сприймати та відстежувати вхідні сигнали наведення. На цьому рівні діють закони управління літальним апаратом, які враховують завдання, що формуються на рівні планування маршрутів та завдань на застосування БПЛА за призначенням.

Зростаюча зацікавленість до безпілотних літальних апаратів робить актуальним дослідження їх управління та координації для виконання складних завдань. В роботі досліджується ієрархічний підхід до управління групами БПЛА, який враховує забезпечення безпеки польоту в навігаційному відношенні. Такий підхід актуальний у зв'язку з потребою в розробці ефективних методів координації та управління групами БПЛА з метою виконання складних завдань, де важливо забезпечити точність навігації та досягнення цілей завдань. Таким чином, важливим науковим завданням є розробка математичної моделі групового управління БПЛА з урахуванням ієрархічного підходу для відстеження траєкторії руху літального апарату на заданому маршруті польоту.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** В останнє десятиліття спостерігається бурхливий розвиток технологій групового управління безпілотними літальними апаратами, а також зацікавленість вчених та дослідників до удосконалення методів та засобів управління літальними апаратами, як під час виконання індивідуальних, так групових польотів.

В роботі "Спільне управління багатоагентними системами: консенсусний регіональний підхід" вивчається концепція консенсусу в багатоагентних системах. Автори Сміт та Джонсон (2019) розглядають метод простору відносних станів як інструмент досягнення придатності дій агентів у змінних умовах. Це важливо для групового управління, де агенти повинні досягти спільної мети [1].

Робота Ren та Beard (2005) зосереджена на пошуку консенсусу в мультиагентних системах зі змінними топологіями взаємодії. Вона вивчає питання узгодження агентів у змінних умовах та розробляє методику для досягнення консенсусу [2].

Робота Olfati-Saber, Murray i Dahleh (2007) досліджує консенсус та взаємодію в мережевих мультиагентних системах. В цій роботі запропоновано інші підходи для досягнення мети і досліджуються питання взаємодії між агентами [3].

У роботі "Досягнення консенсусу в середовищі, що динамічно змінюються: графічний підхід" Сао, Morse i Anderson (2011) пропонують графічний метод досягнення консенсусу в змінних умовах. Вони розробляють методи для його реалізації в мультиагентних системах [4].

Монографія Месбахі та Егерштедт (2010) "Методи теорії графів у мультиагентних мережах" досліджує використання теорії графів в мультиагентних системах. Авторами запропоновано методи моделювання та аналізу мережі між агентами [5].

У роботі "Емерджентна поведінка в зграях" автори Кукер та Смейл (2007) також представляють сукупність автономних технічних систем в якості мультиагентних систем. Автори доводять можливість емерджентної поведінки в групах агентів, зокрема в зграях, що дозволяє отримати нові властивості від групи, які не були притаманні окремим елементам. Автори досліджують властивості групи та взаємодію агентів у групі [6].

Робота Olfati-Sabre (2006) присвячена дослідженню флокування для мультиагентних динамічних систем. Автор запропонував теорію та розробив алгоритми, які дозволяють динамічним агентам у групах узгоджувати відносні переміщення агентів з метою ефективного досягнення цілі [7].

Таким чином, аналіз останніх досліджень і публікацій показав важливість удосконалення математичної моделі групового управління безпілотними літальними апаратами для підвищення точності навігації під час виконання польоту за заданим маршрутом. Уникнення колізій в динаміці взаємодії окремих елементів групи та їх узгодженість може бути досягнута за рахунок впровадження методу простору відносних станів.

**Мета статті** полягає в розробці математичної моделі групового управління безпілотними літальними апаратами на основі застосування методу простору відносних станів. Реалізація даної моделі дозволить підвищити ефективність та точність управління групами БПЛА під час виконання завдань за призначенням.

В якості обмежень в дослідженнях передбачається, що кожний безпілотний літальний апарат обладнано стандартним автопілотом з виконанням функцій стабілізації кутового положення та відстеженням заданої траєкторії руху.

**Виклад основного матеріалу.** Група безпілотних літальних апаратів представляється в якості мережі, в якій вузлами є апарати, а лініями зв'язку – уявні лінії взаємодії між БПЛА з певними відстанями. В даному випадку опис системи проводиться через зв'язний граф  $G(\xi, \zeta)$ , в якому  $n$  вершин та  $N$  дуг.

Через кількість взаємодій та самих БПЛА ( $N, n$ ), а також вектори

$$\xi = (\xi_1, \dots, \xi_n)^T \text{ та } \zeta = (\zeta_1, \dots, \zeta_N)^T$$

(рис. 1), матрицю інцидентності графа  $\mathbf{A}$  цей опис записується у вигляді такого рівняння:

$$\zeta = \mathbf{A}^T \xi.$$

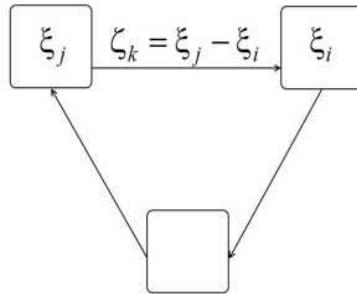


Рис. 1. Представлення децентралізованої автономної динамічної системи графом

Даний граф є зв'язковим. Це приводить до того, що стовпці матриці інцидентності породжують простір розмірністю  $n-1$  незалежно від  $N$ , який надалі будемо називати простором відносних станів [1].

Динамічні зміни системи передбачають, що може бути отримано таке рівняння:

$$\frac{d\xi_i}{dt} = f_i(\xi_i, \xi_{i_1}, \dots, \xi_{i_{m_i}}), \quad (1)$$

де  $f_i$  – диференційована функція. Для рівняння динаміки можна записати таке рівняння, використовуючи (1):

$$\frac{d\xi}{dt} = \mathbf{A}^T \mathbf{f}, \quad (2)$$

де  $\mathbf{f} = (f_1, \dots, f_n)^T$ .

**Теорема.** У просторі відносних станів існує потенційна функція лише в тому випадку, якщо компоненти вектор-функції  $\mathbf{f}$  визначаються таким чином [1]:

$$\tilde{f}_i = f_i(\vartheta_i) + f,$$

де  $\vartheta_i = \sum_{k=1}^{m_i} (\xi_{i_k} - \xi_i)$ ,  $\vartheta_i$  – різниця між сумою відносних станів, для яких ребро графа входить до  $i$ -ї

вершини графа, та сумою відносних станів, для яких ребро виходить з  $i$ -ї вершини, (рис. 2);  $f$  – складові в рівняннях динаміки агентів (1), для яких виконується така умова:

$$\frac{\partial f_1}{\partial \phi} = \frac{\partial f_2}{\partial \phi} = \dots = \frac{\partial f_n}{\partial \phi} = \frac{\partial f}{\partial \phi}, \text{ де } \phi = \sum_{i=1}^n \xi_i.$$

Тоді потенційна функція у просторі відносних станів прийме такий вигляд:

$$V(\zeta) = \sum_{i=1}^n \tilde{f}_i(\vartheta_i) d\vartheta_i.$$

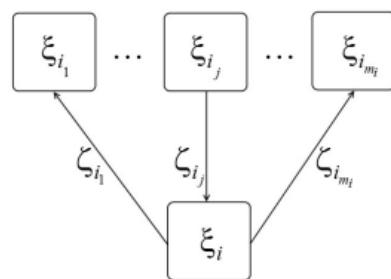


Рис. 2. Взаємодія окремих БПЛА з  $i$ -м БПЛА

Показано, що група БПЛА представлена на рисунку 2 є градієнтою динамічною системою. Агенти системи виявляють здатність до самоорганізації у вигляді прагнення до положення рівноваги за рахунок руху до глобального мінімуму потенціальної функції  $V(\zeta)$  [8].

Наступне рівняння використовується як стратегія управління системою вздовж східної осі інерціальної системи координат (ICK):

$$\frac{dp_{e_i}}{dt} = \sum_{j \in J_i} \tau_{ij} (p_{e_j} - p_{e_i}) + u_{e_i}. \quad (3)$$

За аналогією можуть бути отримані стратегії управління для інших осей координат ICK:

$$\frac{dp_{n_i}}{dt} = \sum_{j \in J_i} \tau_{ij} (p_{n_j} - p_{n_i}) + u_{n_i}, \quad (4)$$

$$\frac{dh_i}{dt} = \sum_{j \in J_i} \tau_{ij} (h_j - h_i) + u_{h_i}. \quad (5)$$

Враховуючи (3–5) та кінематичні рівняння руху БПЛА, можна отримати рівняння для кута курсу  $\chi_i$ , величини повітряної швидкості  $V_{a_i}$  та кута нахилу траєкторії  $\gamma_i$ :

$$\chi_i = \arctg \left( \frac{u_{n_i}}{u_{e_i}} \right),$$

$$V_{a_i} = \sqrt{u_{n_i}^2 + u_{e_i}^2 + u_{h_i}^2},$$

$$\gamma_i = \arctg \frac{u_{h_i}}{\sqrt{u_{n_i}^2 + u_{e_i}^2}}.$$

Вектор керуючих впливів  $\mathbf{U}_e = (u_{e_1}, \dots, u_{e_2})^T$  вздовж східної осі ICK може бути знайдений на основі такого рівняння [9]

$$\mathbf{U}_e = \mathbf{B}_e \mathbf{P}_e + \mathbf{D}.$$

$$\mathbf{D} = -\mathbf{B}_e \mathbf{H}_e^{-1} (\mathbf{P}_{ed}^T, \hat{\mathbf{P}}_e)^T,$$

де  $\mathbf{D}$  – вектор управління системою в просторі відносних станів;

$\mathbf{P}_e$  – вектор поточних координат БПЛА формациї вздовж східної осі ICK.

Наприклад, для групи у складі чотирьох БПЛА для випадку взаємодії «кожен з кожним» матриця  $M$  приймає вигляд [10, 11]:

$$\mathbf{M}_1 = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Для взаємодії «сусід із сусідом» матриця  $M$  має вигляд:

$$\mathbf{M}_2 = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

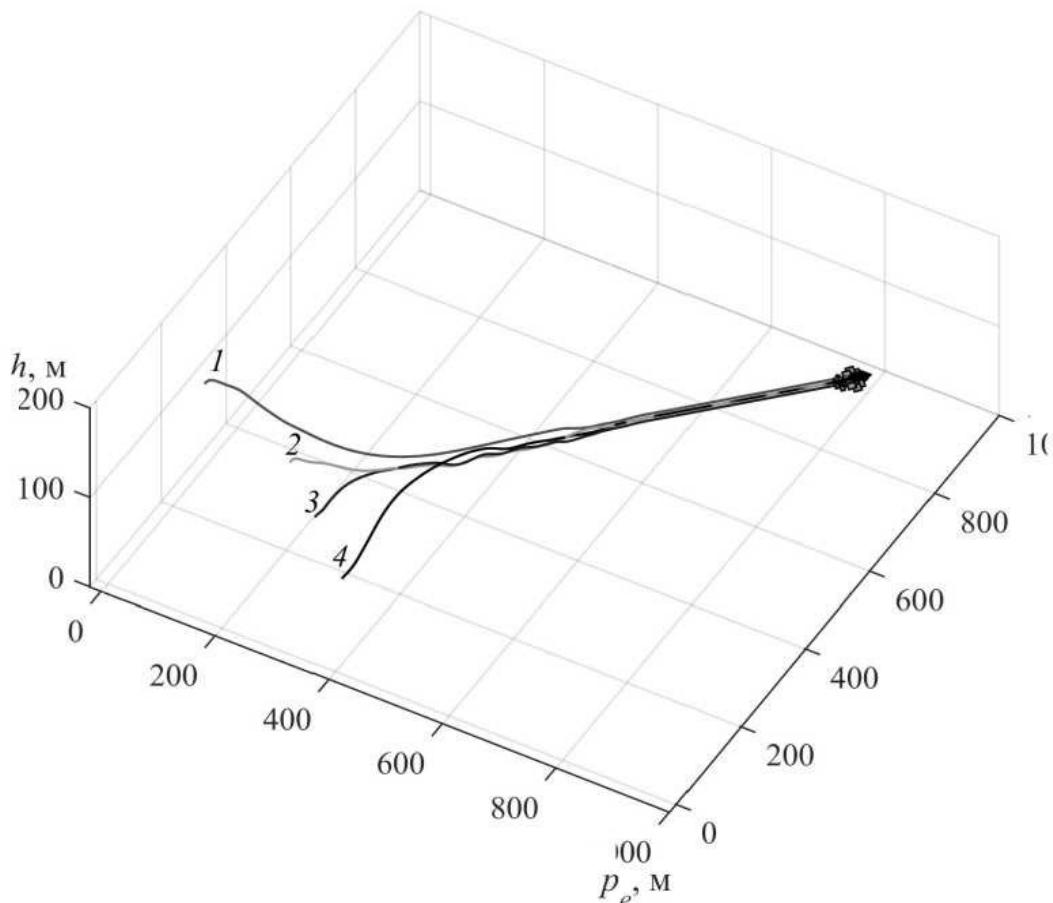
Для взаємодії «ведучий з веденими» ця матриця задається так:

$$\mathbf{M}_3 = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Вектори керуючих впливів  $\mathbf{U}_n = (u_{n_1}, \dots, u_{n_n})^T$  та  $\mathbf{U}_h = (u_{h_1}, \dots, u_{h_n})^T$  для інших осей інерціальної системи координат можуть бути обчислені аналогічно.

Зазначені спрощені керуючі впливи були використані для повних нелінійних моделей динаміки польоту апаратів «Zagi UAV», оснащених автопілотами. В результаті досліджень, можна зробити висновок, що даний підхід до управління виявився доволі ефективним за умов вибору малих коефіцієнтів взаємодії між агентами-БПЛА групи.

На рис. 3 показано побудову та підтримку заданої геометричної форми чотирма БПЛА, а також пронумеровані траєкторії кожного із них. Спочатку геометрична форма групи апаратів представляє собою пряму лінію. Після відпрацювання алгоритму форма групи стає квадратом із чітко заданою довжиною сторони, і підтримується в ході всього подальшого польоту у такому вигляді.



**Рис. 3. Управління формациєю БПЛА**

В результаті математичного моделювання отримано графіки залежності помилок відносних положень БПЛА вздовж східної осі ІСК  $\Delta p_e$  від часу кожного з чотирьох апаратів (рис. 4). Номери графіків відповідають номерам траєкторій на рис. 3.

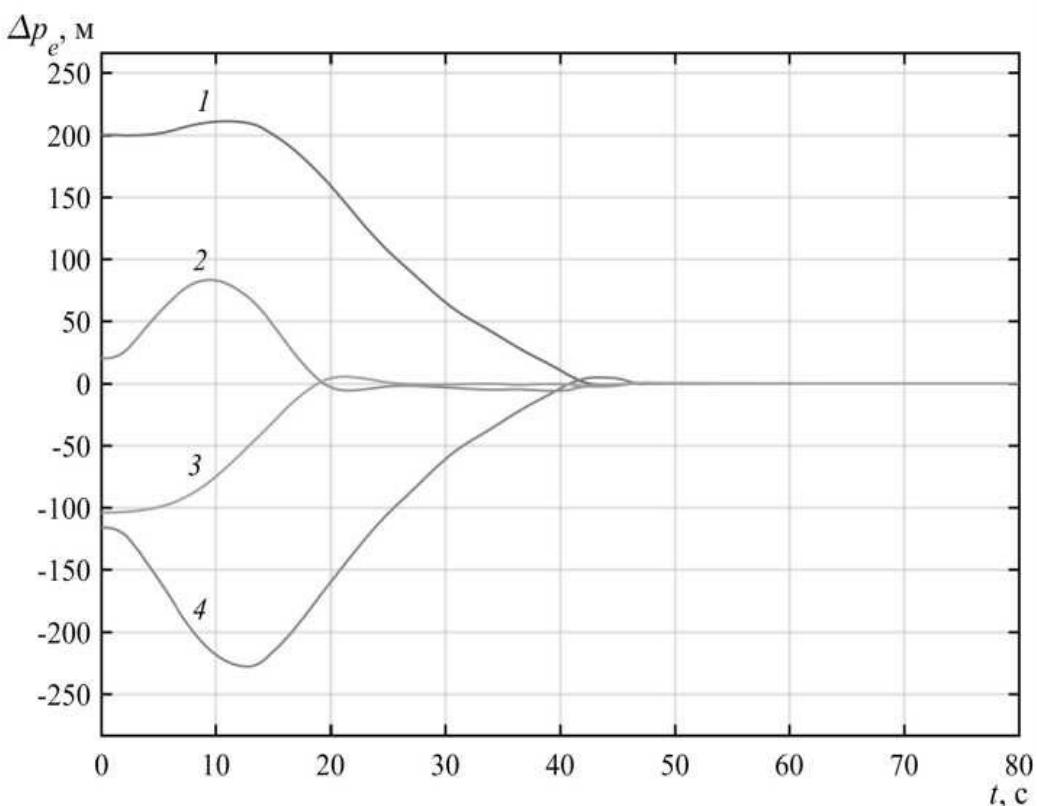


Рис. 4. Зміна помилок відносних положень БПЛА

З рис. 4 видно, що мета управління з виведення групи апаратів заданої форми вздовж даної осі координат виконана. Аналогічні результати було отримано з інших осей координат, що у результаті демонструють успішне управління групою БПЛА [12, 13]. Проте час переходного процесу (збіжності) під час використання повних нелінійних моделей БПЛА зростає через вибір малих коефіцієнтів взаємодії.

**Висновки.** Запропоновано математичну модель групового управління на основі методу простору відносних станів у мультиагентних системах, до класу яких можна віднести також сукупність безпілотних літальних апаратів на етапі групового польоту. Досліджено ключові аспекти узгодженого управління та використання індивідуальних підходів для досягнення раціонального положення агентів у групі. На основі аналізу останніх публікацій та досліджень встановлено, що метод простору відносних станів є потужним інструментом для досягнення узгодженості в мультиагентних системах. Він дозволяє агентам у групі ефективно координувати свої дії в умовах зміни маршруту та траекторії руху, а також динамічних змін параметрів оточуючого середовища.

Отже, враховуючи отримані результати, можна зробити висновок, що метод простору відносних станів є ефективним і перспективним інструментом для групового управління динамічними мультиагентними системами. Застосування зазначеного методу дозволяє покращити координацію та взаємодію агентів у групах, що, в свою чергу, сприяє досягненню поставлених цілей.

### References

- Chen, Jingkai, et al. Scalable and safe multi-agent motion planning with nonlinear dynamics and bounded disturbances. In: Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence. 2021. p. 11237-11245.
- Ren, Wei; Beard, Randal W. Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies. IEEE Transactions on automatic control, 2005. p. 655-661.
- Olfati-Saber, Reza; Fax, J. Alex; Murray, Richard M. Consensus and cooperation in networked multiagent systems. Proceedings of the IEEE, 2007. p. 215-233.
- Yu, Wengu; Chen, Guanrong; Ming. Consensus in directed networks of agents with nonlinear dynamics. IEEE Transactions on Automatic Control, 2011. p. 1436-1441.
- Mesbahi, Mehran; Egerstedt, Magnus. Graph theoretic methods in multiagent networks. Princeton University Press, 2010. p. 105-133.
- Cucker, Felipe; Smale, Steve. Emergent behavior in flocks. IEEE Transactions on automatic control, 2007. p. 852-862.
- Olfati-Saber, Reza. Flocking for multi-agent dynamic systems: Algorithms and theory. IEEE Transactions on automatic control, 2006. p. 401-420.
- Alsheikh, Mohammad Abu, et al. Markov decision processes with applications in wireless sensor networks: A survey. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2015. p. 1239-1267.

9. Zhou, Quan, et al. Distributed control and communication strategies in networked microgrids. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2020. p. 2586-2633.
10. Li, Zhongkui, et al. Consensus of linear multi-agent systems with reduced-order observer-based protocols. Systems & Control Letters, 2011. p. 510-516.
11. Olfati-Saber, Reza. Distributed Kalman filter with embedded consensus filters. In: Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control. IEEE, 2005. p. 8179-8184.
12. Dakhno N., Barabash O., Shevchenko H., Leshchenko O., Dudnik A. Integro-differential Models with a K-symmetric Operator for Controlling Unmanned Aerial Vehicles Using a Improved Gradient Method. 2021 IEEE 6th International Conference “Actual Problems of Unmanned Aerial Vehicles Development (APUAVD). Proceedings. October 19 – 21, 2021, Kyiv, Ukraine. P. 61–65.
13. Barabash O., Dakhno N., Shevchenko H., Sobchuk V. Unmanned Aerial Vehicles Flight Trajectory Optimisation on the Basis of Variational Enequality Algorithm and Projection Method. Proceeding. 2019 IEEE 5th International Conference “Actual Problems of Unmanned Aerial Vehicles Developments” (APUAVD). 22-24 October, National Aviation University, 2019. Kyiv, Ukraine. P. 136–139.