

**МИКОЛА ОДЕГОВ**

Державний університет інтелектуальних технологій і зв'язку

<https://orcid.org/0000-0001-5526-2487>e-mail: [onick\\_64@ukr.net](mailto:onick_64@ukr.net)**ЮРІЙ БАБІЧ**

Державний університет інтелектуальних технологій і зв'язку

<https://orcid.org/0000-0002-7888-7591>e-mail: [babich159@gmail.com](mailto:babich159@gmail.com)**ДЕНИС БАГАЧУК**

Державний університет інтелектуальних технологій і зв'язку

<https://orcid.org/0000-0001-8798-891X>e-mail: [bagachukdg@gmail.com](mailto:bagachukdg@gmail.com)**МАРИНА КОЧЕТКОВА**

Державний університет інтелектуальних технологій і зв'язку

e-mail: [Jubdvq@Gmail.Com](mailto:Jubdvq@Gmail.Com)**СЕРГІЙ ШНАЙДЕР**

Державний університет інтелектуальних технологій і зв'язку

e-mail: [onat-km@ukr.net](mailto:onat-km@ukr.net)

## АЛГОРИТМ СИНТЕЗУ ОПТИМАЛЬНИХ ЧАСТОТНИХ ПЛАНІВ ВОСП ДЛЯ НЕЛІНІЙНОГО СЕРЕДОВИЩА ПЕРЕДАЧІ (МЕТОД УДАВА)

Сучасні волоконно-оптичні системи передачі (ВОСП) зі щільним спектральним мультиплексуванням (DWDM) реалізують рівномірні частотні плани: ширина усіх каналів однакова. Характерною є тенденція поступового зменшення ширини полос окремих каналів від 200 ГГц до 25 та, навіть, 12,5 ГГц. Втім, принцип розподілу спектрального ресурсу залишається тим самим, що є характерним для систем радіо зв'язку. Даний принцип не враховує, що в різних областях визначеного спектрального діапазону викривлення оптичних сигналів також є суттєво різними внаслідок нерівномірності коефіцієнта загасання та різних значень параметрів дисперсії. В останній час розробляються системи передачі, які застосовують нелінійні ефекти типу оптичних солітонів. Тому виникає необхідність врахування впливу також і нелінійних ефектів на тривалість оптичних імпульсів та ширину їх спектру.

У даній роботі пропонується алгоритм швидкого синтезу оптимальних нерівномірних частотних планів для перспективних ВОСП, які можуть адаптуватись до конкретного середовища передачі. Пропонований алгоритм є варіантом застосування принципів методу динамічного програмування Р. Белмана. Критерієм оптимальності у даній роботі обрано максимум сумарної швидкості передачі в усіх частотних каналах ВОСП.

Основна ідея пропонованого алгоритму полягає у проектуванні простору певної розмірності на простори все менших розмірностей. При цьому кожний крок такого проектування здійснюється у відповідності до обраного критерію оптимальності, тобто кожна з проекцій вже є оптимальною у своєму скороченому просторі. В результаті кількість необхідних операцій зменшується від астрономічних величин до незначної кількості. Показано, що пропонований алгоритм може бути застосований вже при сучасному рівні розвитку ВОСП. Також показано, що нерівномірні частотні плани, синтезовані за даним алгоритмом дають суттєву перевагу як у швидкості передачі, так і у спектральній ефективності порівняно з рівномірними планами.

Ключові слова: алгоритм, метод динамічного програмування, нерівномірний частотний план, волоконно-оптична система передачі, імітаційне моделювання

NICK ODEGOV, YURI BABICH, DENIS BAHACHUK, MARINA KOCHETKOVA, SERGIY SHNAIDER  
State University of Intellectual Technologies and Communication

## ALGORITHM FOR THE SYNTHESIS OF OPTIMAL FOTS FREQUENCY PLANS FOR NONLINEAR TRANSMISSION ENVIRONMENT (BOAT METHOD)

Modern fiber-optic transmission systems (FOTS) with dense spectral multiplexing (DWDM) implement uniform frequency plans, which means the width of all channels is the same. There is a common trend to gradually reduce the bandwidth of individual channels from 200 GHz to 25 and even 12.5 GHz. However, the principle of spectrum resource distribution remains the same, which is typical for radio communication systems. This principle does not consider the fact that in different areas of the specified spectral range, the distortion of optical signals is also significantly different due to the non-uniformity of the attenuation coefficient and different values of the dispersion parameters. The latest transmission systems use nonlinear effects such as optical solitons. Therefore, one should take into account the influence of nonlinear effects on the duration of optical pulses and their spectrum width.

In this work, an algorithm for the rapid synthesis of optimal non-uniform frequency plans for promising FOTS that can adapt to a specific transmission environment is proposed. The proposed algorithm is based on the principles of R. Belman's dynamic programming method. The maximum total transmission speed in all frequency channels of the VOSP is considered as an optimum criterion in this paper.

The main idea of the proposed algorithm is to project a space of a certain dimension onto spaces of smaller and smaller dimensions. At the same time, each step of such design is carried out in accordance with the selected criterion of optimality, that is, each of the projections is already optimal in its reduced space. As a result, the number of necessary operations is reduced from large numbers to significantly smaller numbers. It is shown that the proposed algorithm can be already applied for existing FOTS. It is also shown that non-uniform frequency plans synthesized according to this algorithm provide a significant advantage in both transmission speed and spectral efficiency compared to uniform plans.

Key words: algorithm, dynamic programming method, non-uniform frequency plan, fiber-optic transmission system, simulation modeling

### Постановка проблеми та аналіз джерел

Розвиток волокно-оптичних систем передачі (ВОСП) на даний час полягає у все більш шильному використанні доступного спектрального (частотного) ресурсу середовища передачі – оптичного волокна. Так, у рекомендаціях Міжнародної спілки електрозв'язку (МСЕ) поступово зменшується розподіл загальної полоси (шириною приблизно 20 ТГц від 185 до 205 ТГц) на канали шириною від 200 до 12,5 ГГц [1,2]. Принцип формування частотно-сигнальних планів (ЧСП) залишається, однак, тим самим, що є характерним для радіозв'язку: розподілення загальної смуги на рівні каналні полоси. На наш погляд, даний принцип не є оптимальним для ВОСП, оскільки в окремих частинах діапазону оптичні сигнали спотворюються у середовищі передачі (оптичному волокні - ОВ) дуже різним чином в залежності від дисперсії та можливих нелінійних ефектів [3, 4].

Проміж тим, відомі методи формування оптичних сигналів з довільною формою низькочастотної обвідної (відповідно, з заданою шириною полоси окремих каналів) [5-9] та способи тонкого налаштування центральних (несучих) частот каналів [10]. Тобто, немає ніяких теоретичних та практичних обмежень можливості реалізації ЧСП з нерівномірним розподілом ширини каналів. Аспекти формування оптимальних нерівномірних ЧСП для лінійного та нелінійного режимів функціонування ВОСП розглянуті в роботі [11]. З'ясовано, що у даному випадку принцип нерівномірного розподілу ширини смуг каналів може забезпечити підвищення пропускної спроможності ВОСП до 1,5 разів при використанні оптичного кабелю, який вже прокладений по всій Земній кулі.

**Метою даної роботи** є обґрунтування алгоритму синтезу оптимальних ЧСП для застосування у майбутніх адаптивних ВОСП в умовах наявності лінійних та нелінійних спотворень оптичних сигналів (ОС).

Формалізуємо проблему, що вирішується.

### Задача удава

На стороні передачі та стороні прийому каналні компоненти ЧСП відповідно визначаються:

$$P_n = P_n(f_n, \Delta f_n, T_n), \quad P_n^* = P_n^*(f_n^*, \Delta f_n^*, T_n^*), \quad n = 1, 2, \dots, N, \quad (1)$$

де  $f$  – центральні частоти каналів;  $\Delta f$  – ширина каналів;  $T$  – тривалість оптичних імпульсів (ОІ);  $N$  – загальна кількість каналів даного ЧСП.

На стороні прийому всі параметри формул (1) спотворюються за винятком центральної частоти [4] (явищем девіації несучої можна знехтувати). При цьому:

$$f_n^* = f_n, \quad \Delta f_n^* \geq \Delta f_n, \quad \Delta T_n^* \geq \Delta T_n. \quad (2)$$

Також важливо, щоб на стороні прийому ЧСП займав суцільну смугу для забезпечення максимальної спектральної ефективності, тобто, якщо визначені граничні частоти каналів  $f_{n,H}^* = f_n^* - \Delta f_n^* / 2$  та  $f_{n,B}^* = f_n^* + \Delta f_n^* / 2$ , то

$$f_{n+1,H}^* \equiv f_{n,B}^*, \quad n = 1, 2, \dots, N-1, \quad (3)$$

Для ЧСП на стороні передачі умова (3) може не виконуватись, а саме:

$$f_{n+1,H} \leq f_{n,B}^*, \quad n = 1, 2, \dots, N-1. \quad (4)$$

Для реальних ВОСП завжди відомі загальні смуги частот, які на стороні передачі визначаються характеристиками випромінювачів, а на стороні прийому – характеристиками приймачів (відповідно,  $\Delta F$  та  $\Delta F^*$ ), тоді треба, щоб виконувались обмеження:

$$f_{N,B} - f_{1,H} \leq \Delta F, \quad \sum_{n=1}^N \Delta f_n^* \leq \Delta F^*. \quad (5)$$

Зауважимо, що під шириною полос каналів та тривалістю ОІ ми далі будемо розуміти ефективні значення цих параметрів. Тобто, ми допускаємо, що реальний спектр та реальна тривалість ОІ можуть викликати між каналну та між імпульсну інтерференцію, але цими впливами у практичній задачі можна знехтувати. Будемо вважати, що ОС передаються простим бінарним кодом: у тактовому інтервалі є імпульс на стороні прийому (значення біту 1), або немає (значення біту 0). Також будемо вважати, що задача синхронізації вирішується окремо для кожного каналу. Тоді тактові інтервали у каналах визначатимуться просто:  $\Delta T_n = T_n^*$ , а максимально досяжна швидкість передачі у бітах (bit rate) відповідно:  $br_n = 1 / T_n^*$ .

Нехай будь яким чином визначено обмежену кількість ЧСП. Оптимальним будемо вважати той, який забезпечує максимальну сумарну швидкість передачі, тобто цільова функція (критерій) визначається так:

$$Br^* = \max_k \sum_{r=1}^K br_{n,k}, \quad (6)$$

де  $K$  – загальна кількість можливих ЧСП.

Розмірність простору параметрів за формулами (1) можна зменшити, якщо вважати, що ОІ в усіх каналах мають однакову базу. Практичним застосуванням ні в якій мірі не суперечить, якщо покласти:

$$B_n = T_n \cdot \Delta f_n = 1, \quad n = 1, 2, \dots, N. \quad (7)$$

Зауважимо, що з урахуванням умов (2) на стороні прийому приведена база

$$B_n^* = T_n^* \cdot \Delta f_n^* \geq 1, \quad n = 1, 2, \dots, N. \quad (8)$$

Отже, задача полягає в тому, щоб визначити оптимальний ЧСП (1) за критерієм (6) в умовах (2-5) та з припущеннями (7,8).

Для даної задачі доречно наступна «алегорія удава». На поверхні землі стоїть пагорб (приблизно уніподальної форми), а у підніжжя цього пагорбу лежить удав. В проекції на площину координати поверхні пагорбу визначаються параметром центральних частот каналів  $f$  (вісь абсцис, або довгота у даній алегорії) та параметром ширини полос каналів  $\Delta f$  (вісь ординат, або широта у даній алегорії). По вісі аплікату відкладаються відповідні значення швидкості передачі у каналах  $br(f, \Delta f)$  (висота над підніжжям). Біда ще й в тому, що тіло удава у початковій фазі (у підніжжя – на стороні передачі) може бути пошматовано на окремі куски (умови (4)). Задача удава полягає у тому, щоб відновити цілісність свого тіла (умова (3) для сторони прийому) та ще так розмістити свої хребці (значення центральних частот  $f_n^*$ ), щоб сума їх відстаней від поверхні була максимальною згідно критерію (6). При цьому довжина фрагментів тіла ( $\Delta f_n^*$ ) може бути будь-якою, але довжина всього тіла не може перевищувати певного значення  $\Delta F^*$  – загальної полоси на стороні прийому згідно умови (5). Також у своєму русі удав не втрачає свої хребці та не забирає фрагментів тіл у інших удавів – число каналів жорстко задано на фізичному рівні кількістю випромінювачів та реєстраторів ОС. Якби удав вмів літати як вільний птах, то його задача вирішувалась би досить просто, але літати він не вміє і тому у будь-якій фазі руху до омріяної мети він має ковзати лише по поверхні пагорбу.

Модель складна, але додатково зауважимо, що найрозумніший з удавів, який досягає найкращого місця під сонцем, має ще на початку руху сам себе пошматовувати на оптимальні куски (зв'язок між оптимальним ЧСП на стороні прийому та відповідним до нього ЧСП на стороні передачі).

Щоб показати розмірність задачі, розглянемо досить простий випадок. Нехай вся смуга 20 ТГц розділяється на канали з середньою шириною полоси 50 ГГц: всього каналів  $N = 400$ . Задача вирішується на сітці з кроком 10 ГГц (квант полоси) при цьому у кожному каналі повинно бути один або більше таких квантів. Всього таких квантів  $M = 2000$ . Задача еквівалентна комбінаторній задачі визначення числа способів, якими можна розкласти  $M$  яблук по  $N$  кошикам так, щоб у кожному кошику було не менше одного яблука [12]. Число можливих способів (тобто, кількість альтернативних ЧСП) виражається біноміальним коефіцієнтом:

$$K = C_{N-1}^{M-1} = \frac{1999!}{399!(2000-400)!}. \quad (9)$$

Оцінимо порядок числа ЧСП (9) приблизно по формулі Стирлінга:  $\ln(n!) \approx n \ln n - n$ :

$$\ln K \approx 1999(\ln 1999 - 1) - 399(\ln 399 - 1) - 1600(\ln 1600 - 1) \approx 1000 \Rightarrow K > 2^{1000} > 10^{993},$$

тобто дане число приблизно дорівнює умовній кількості атомів у всесвіті (щось порядку  $10^{90}$ ), якщо до нього дописати ще 900 нулів. Саме такі ситуації Р. Беллман назвав «прокляттям розмірності» і запропонував метод динамічного програмування, який дозволяє вирішувати задачу послідовними алгоритмами [13]. Варіант застосування даного методу і є основою методики, що розглядається у даній роботі.

### Пропонована методика вирішення задачі

В цілому, пропонований у даній роботі варіант методики полягає у послідовному виконанні наступних кроків (етапів досліджень).

1. Синтез моделей залежностей параметрів ЧСП на стороні прийому та на стороні передачі за умови лінійних спотворень ОС в ОВ.

2. Корекція моделей у нелінійному режимі з використанням методів імітаційного моделювання.

3. Розробка алгоритму (методу) синтезу оптимальних ЧСП для визначених моделей.

Розглянемо застосування цієї методики по крокам.

#### Крок 1: Синтез лінійних моделей

Лінійний режим передачі підтримується при відносно малій потужності ОС. Для сучасних ВОСП DWDM характерні обмеження потужності випромінювання порядками 0-6 дБм. У даному випадку ОІ спотворюються внаслідок загасання та дисперсії. В даній роботі всюди ми будемо вважати, що потужність ОС на стороні передачі достатня для того, щоб ОІ надійно розпізнавались на відстані  $L$  (довжина лінії передачі).

Внаслідок дисперсії спостерігається поширення тривалості ОІ, яке виражається у спрощеному вигляді за формулою:

$$T_n^*(L) = T_n + |\beta_2(f_n)| \cdot \Delta f_n \cdot L, \tag{10}$$

де  $|\beta_2(f_n)|$  – модуль коефіцієнта дисперсії в залежності від частоти (коефіцієнта дисперсії групових швидкостей по термінології [4]). Типовий графік залежності  $\beta_2(f_n)$  для волокна NZ DSF- зі зміщеною дисперсією [4] показаний на рис. 1.

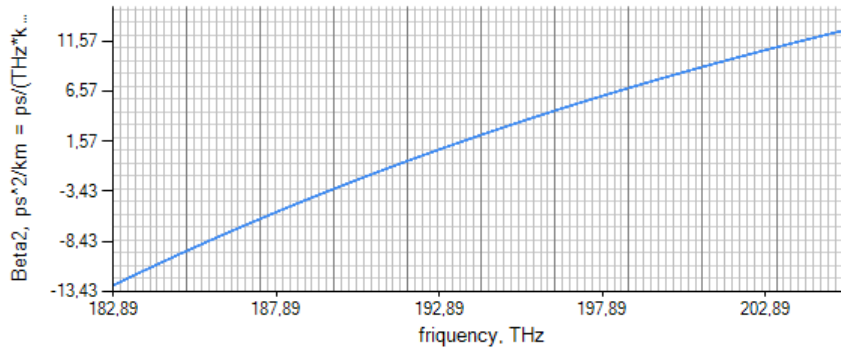


Рис. 1. Залежність коефіцієнта дисперсії від частоти

Відомо, що внаслідок лише впливу дисперсії та загасання ефективна ширина спектра ОІ не змінюється [4]. Таким чином, для даного випадку задача суттєво спрощується, оскільки плани розподілу частот на стороні передачі та на стороні прийому (3-5) однакові. Згідно алгоритмі, удав на початку руху у даному випадку не пошматований на окремі куски.

**Крок 2: Корекція моделей у нелінійному режимі**

Для нелінійного режиму задача вирішувалась за допомогою імітаційного моделювання [14]. В основі моделі – нелінійне рівняння Шредингера [4]:

$$\frac{\partial U}{\partial z} - j \frac{\beta_2}{2} \frac{\partial^2 U}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} U = -j\gamma |U|^2 U, \tag{11}$$

де  $U = U(t, z)$  – миттєве значення амплітуди обвідної ОІ на відстані  $z$  від точки вводу в ОВ;  $\alpha$  – коефіцієнт загасання;  $\gamma$  – коефіцієнт нелінійності.

У роботі [14] рівняння (11) вирішується методом розщеплення по фізичним факторам [4] за допомогою програми імітаційного моделювання Nonlinear. В результаті отримуються залежності ширини спектрів та тривалості ОІ від відстані. Приклади таких залежностей для каналу ВОСП в умовах малої дисперсії дано на рис. 2, а в умовах відносно великої дисперсії – на рис. 3.

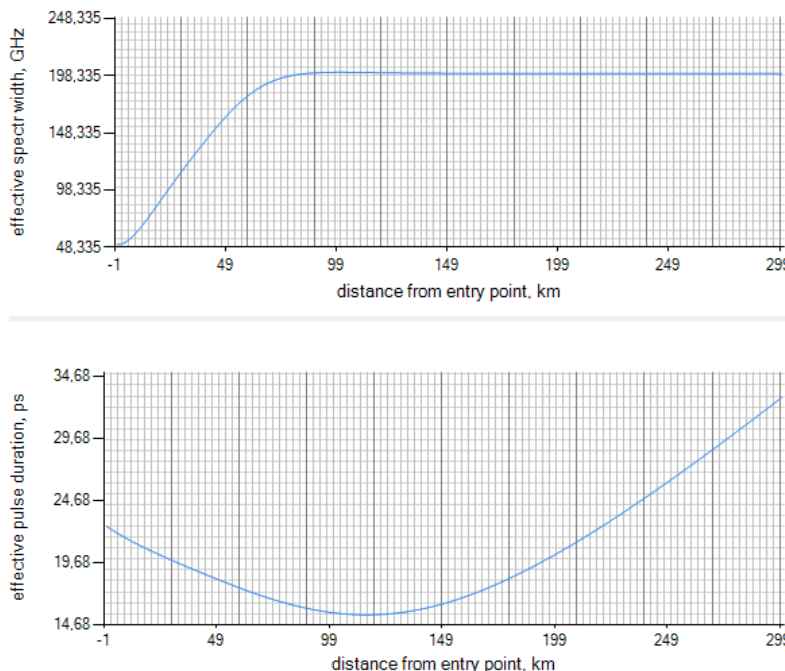


Рис. 2. Зміна ширини спектру та тривалості ОІ в залежності від відстані в умовах малої дисперсії

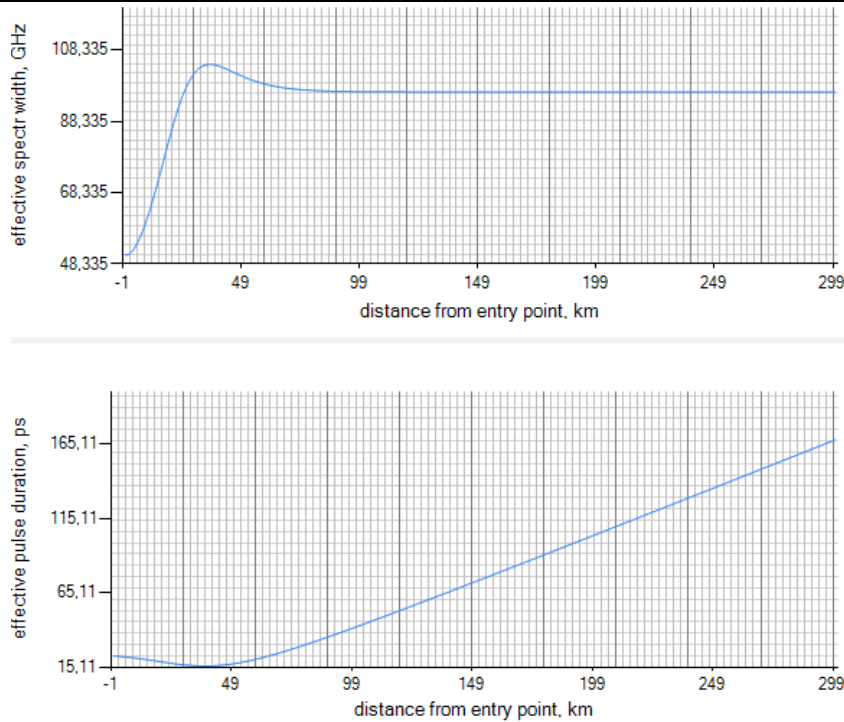


Рис. 3. Зміна ширини спектру та тривалості ОІ в залежності від відстані в умовах значної дисперсії

Згідно залежності (10) тривалість ОІ є лінійною функцією довжини лінії. Як видно з графіків на рис. 2 та рис. 3, у нелінійному режимі дана залежність не виконується: є певний відрізок лінії, де тривалість ОІ навіть зменшується. У роботі [14] відстань від точки вводу випромінювання в ОВ, на якій тривалість ОІ не перевершує початкової названа довжиною квазісолітонного режиму (КСР)  $L_{qsr}$ .

Надалі ми розглядаємо випадки довгих ліній, коли для усіх каналів  $L_{qsr,n} \leq L$ . При цьому також спостерігається ефект збільшення, а потім стабілізації ширини спектру ОІ. Як припинення КСР, так і стабілізація ширини спектру є наслідками загасання ОС в ОВ: нелінійні явища характерні для відносно великих потужностей сигналу. Можна вважати, що ширина спектру ОІ після стабілізації дорівнює ширині полоси каналу на стороні прийому. Тоді для нелінійного режиму залежність (10) можна представити в узагальненому вигляді:

$$T_n^*(L) = T_n + |\beta_2(f_n)| \cdot \Delta f_n^* \cdot (L - L_{qsr,n}). \tag{12}$$

Отримані за допомогою програми Nonlinear надалі оброблялись додатковими програмами Band Relative та Flexible Plan. Перша з них дозволяє апроксимувати залежності між шириною каналів на стороні передачі та стороні прийому (рис. 4), друга – встановлювати параметри швидкості передачі при різних центральних частотах та шириною смуг каналів.

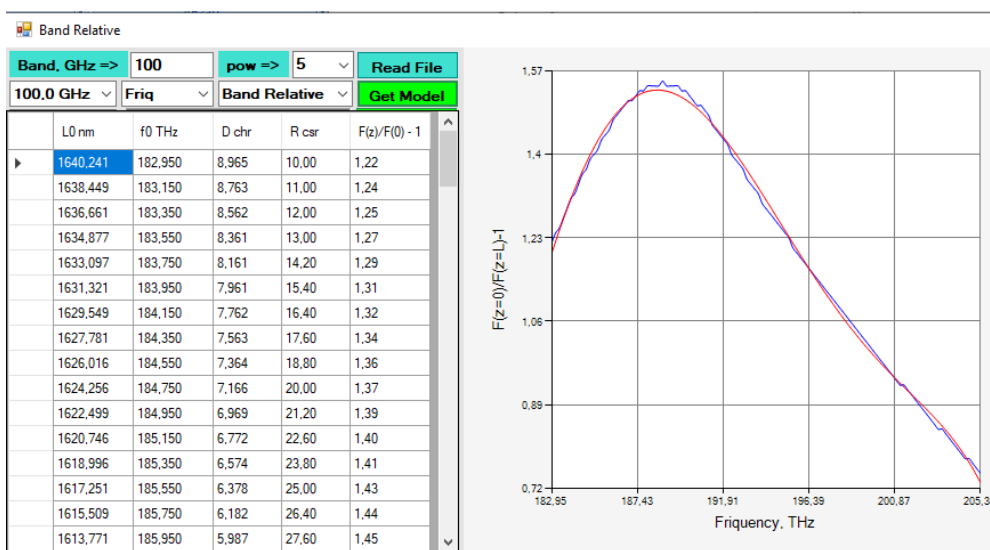


Рис. 4. Апроксимація залежності  $\Delta f_n^*(f_n) / \Delta f_n(f_n)$  поліномом п'ятого ступеню

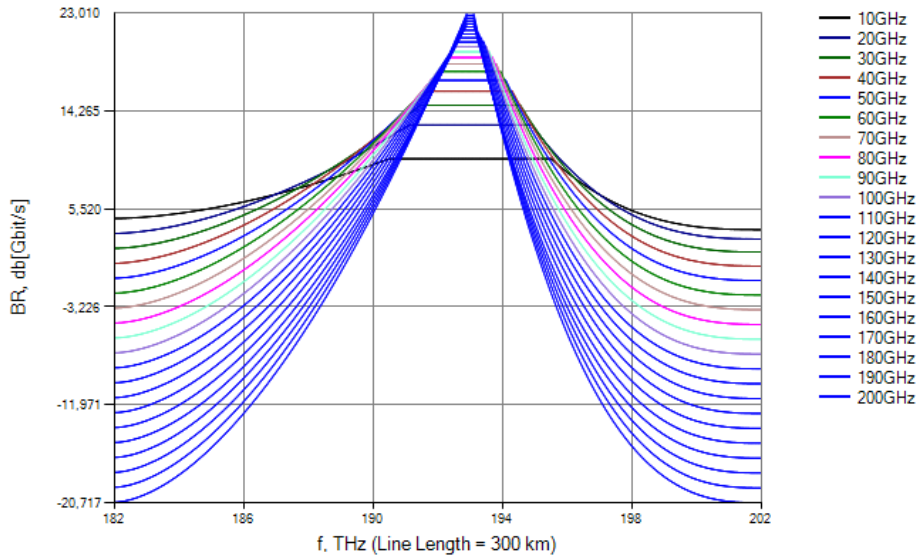


Рис. 5. Графіки залежності швидкості передачі від центральної частоти та ширини смуги каналів

Аналіз графіків на рис. 4 та подібних йому показує, що співвідношення між початковою шириною полоси каналів та їх шириною на стороні прийому досить точно апроксимується ступеневими поліномами четвертого або п'ятого ступеню. З графіку на рис. 5 видно, що для кожного значення центральної частоти каналу можна знайти оптимальну ширину полоси, яка забезпечує максимальну швидкість передачі у даному каналі. Наприклад, з рис. 5 видно, що приблизно у діапазоні 182-187 ТГц та у діапазоні 197-202 ТГц найвища швидкість передачі забезпечується у каналах з початковою шириною полоси приблизно 10 ГГц. Відповідно, початкова тривалість імпульсів у цих каналах буде приблизно 100 пс, оскільки база ОІ всюди дорівнює 1. У діапазоні 193±0,5 ТГц найбільша швидкість передачі буде у каналах з шириною полоси 100-200 ГГц (відповідно, з початковою тривалістю ОІ 5-10 пс).

З врахуванням інформації про дані співвідношення розумний удав може заздалегідь визначити оптимальну траєкторію руху до вершини пагорба. Дійсно, якщо для графіків на рис. 5 провести верхню огинаючу по максимумам абсцис всіх графіків, то буде отримано профіль максимально досяжних швидкостей передачі для всіх центральних частот каналів (рис. 6). Відхилення від цього профілю буде означати, що удав лізе не самим вдалим шляхом.

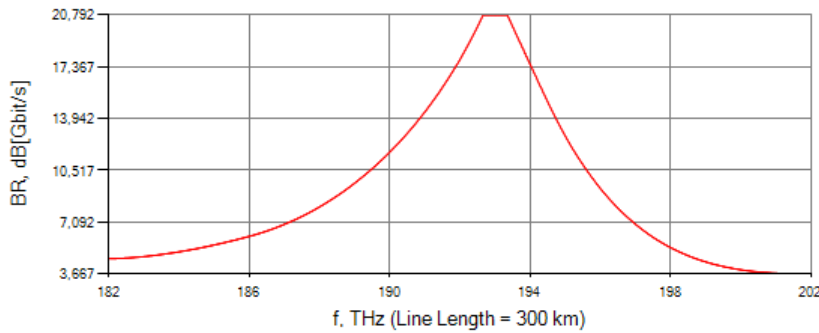


Рис. 6. Графік оптимальних швидкостей

**Корек 3: Алгоритм синтезу оптимальних ЧСП (метод удава)**

Таким чином, апріорна інформація для вирішення задачі може бути отримана тестуванням ВОСП сигналами на сітці центральних частот

$$f_m = f_0 + m \cdot \delta_f, \quad m = 1, 2, \dots, M, \quad f_M - f_0 \leq F, \quad M \gg N \tag{13}$$

та на сітці ширини полоси каналів на стороні передачі

$$\Delta f_p = \Delta f_0 + p \cdot \delta_{\Delta f}, \quad p = 1, 2, \dots, P, \tag{14}$$

де кроки сіток  $\delta_f$  та  $\delta_{\Delta f}$  – достатньо невеликі значення, але такі, що в принципі дозволяють з даною точністю встановлювати параметри ВОСП. Зауважимо, що кількість можливих значень сітки частот перевищує задану кількість частотних каналів.

Результати тестування можна представити у вигляді матриці розмірності  $P \times M$ , елементами якої є пари чисел – значення ширини полоси на стороні прийому  $\Delta f_{m,p}^* = \Delta f_{m,p}^*(f_m, \Delta f_p)$  та швидкості передачі

$br_{m,p} = br_{m,p}(f_m, \Delta f_p)$  для кожного варіанту параметрів каналу. Приклад структури даної матриці наведено у табл. 1.

У кожному стовпці матриці апіорних даних можна знайти елемент з номером строки  $p^*$ , для якого швидкість передачі максимальна (як приклад, показано підсвічуванням клітин у табл.1). Таким чином, за критерієм

$$br_m^* = \max_{p=1,2,\dots,P} br_{m,p} \tag{15}$$

визначаються значення відповідно оптимальної ширини каналів як на стороні прийому  $\Delta f_{m,L}^{**}$  на відстані  $L$ , так і на стороні передачі  $\Delta f_{m,0}^{**}$ . Тоді інформація для прийняття рішень компонується у матрицю суттєво меншої розмірності  $4 \times M$ , як це показано у табл. 2.

Таблиця 1

**Матриця значень ширини каналів та швидкості передачі**

Ширина полос каналів	Значення центральних частот				
	$f_1$	$f_2$	...	$f_{M-1}$	$f_M$
$\Delta f_1$	$\Delta f_{1,1}^*, br_{1,1}^*$	$\Delta f_{2,1}^*, br_{2,1}^*$	...	$\Delta f_{M-1,1}^*, br_{M-1,1}^*$	$\Delta f_{M,1}^*, br_{M,1}^*$
$\Delta f_2$	$\Delta f_{1,2}^*, br_{1,2}^*$	$\Delta f_{2,2}^*, br_{2,2}^*$	...	$\Delta f_{M-1,2}^*, br_{M-1,2}^*$	$\Delta f_{M,2}^*, br_{M,2}^*$
...	...	...	...	...	...
$\Delta f_{P-1}$	$\Delta f_{1,P-1}^*, br_{1,P-1}^*$	$\Delta f_{2,P-1}^*, br_{2,P-1}^*$	...	$\Delta f_{M-1,P-1}^*, br_{M-1,P-1}^*$	$\Delta f_{M,P-1}^*, br_{M,P-1}^*$
$\Delta f_P$	$\Delta f_{1,P}^*, br_{1,P}^*$	$\Delta f_{2,P}^*, br_{2,P}^*$	...	$\Delta f_{M-1,P}^*, br_{M-1,P}^*$	$\Delta f_{M,P}^*, br_{M,P}^*$

Таблиця 2

**Матриця оптимальних значень ширини каналів та швидкості передачі**

$f_1$	$f_2$	$f_3$	...	$f_{M-2}$	$f_{M-1}$	$f_M$
$\Delta f_{1,0}^{**}$	$\Delta f_{2,0}^{**}$	$\Delta f_{3,0}^{**}$	...	$\Delta f_{M-2,0}^{**}$	$\Delta f_{M-1,0}^{**}$	$\Delta f_{M,0}^{**}$
$\Delta f_{1,L}^{**}$	$\Delta f_{2,L}^{**}$	$\Delta f_{3,L}^{**}$	...	$\Delta f_{M-2,L}^{**}$	$\Delta f_{M-1,L}^{**}$	$\Delta f_{M,L}^{**}$
$br_1^*$	$br_2^*$	$br_3^*$	...	$br_{M-2}^*$	$br_{M-1}^*$	$br_M^*$

Отже, дані у табл. 2 визначають найкращі варіанти організації окремих каналів за показником (6). Дана таблиця дозволяє суттєво зменшити кількість операцій для визначення оптимального варіанту ЧСП. Втім, оскільки число дискретних значень центральних частот суттєво перебільшує кількість каналів,  $M \gg N$ , то розмірність задачі залишається все ще дуже великою. Тому для подальшого зменшення розмірності доцільно скористуватись основними принципами метода динамічного програмування Р. Белмана [13] і по можливості звести рішення до лінійного, однопрохідного алгоритму або до алгоритму з мінімальною кількістю кроків назад. Далі алгоритм синтезу ЧСП виконується у наступній послідовності операцій.

**Операція 1:** визначення оптимального каналу з найменшою центральною частотою. Якщо скористуватись моделлю удава та графіком на рис. 6, то голова удава разом з першим фрагментом починає рухатись зліва направо і займає позицію першого хребця. Для цього у табл. 2 знаходиться найменша частота  $f_1^*$ , яка є серединою каналу на стороні прийому шириною, відповідно,  $\Delta f_{1,L}^{**}$  та зі швидкістю передачі  $br_1^*$ .

**Операція 2:** визначення наступного оптимального каналу. Знаходиться мінімальна центральна частота другого каналу  $f_2^*$ , така, що  $f_2^* > f_1^* + \Delta f_{1,L}^{**} / 2$  і при цьому  $f_1^* + \Delta f_{1,L}^{**} / 2 \equiv f_2^* - \Delta f_{2,L}^{**} / 2$ , тобто виконується умова (3) суцільності смуги ЧСП. Визначається поточне значення швидкості передачі для перших двох каналів:  $Br(2) = br_1^* + br_2^*$ .

**Операція 3:** аналогічним до Операції 2 чином визначаються всі параметри первинного ЧСП з кількістю каналів  $N$ . Тобто, на кожному кроці руху голова удава займає наступне положення, а її місце займає другий канал, місце другого каналу – третій і т.д. Коли хвіст удава також займе первинне положення на пагорбі, визначається показник ефективності першого ЧСП:

$$Br_1(N) = \sum_{n=1}^N br_{1,n}^{**} \tag{16}$$

**Операція 4:** рух удава до вершини. Далі голова удава переміщується на один крок праворуч, а хвіст займає позицію, яку займав раніше хребець з номером 1. При цьому особливо проявляється розумність удава: він не розраховує кожний раз новий ЧСП для всіх  $N$  каналів. Удав користується попередніми розрахунками, де всі положення хребців вже є оптимальними, окрім нового положення голови. При цьому на кожному кроці руху в напрямку вершини значення показника ефективності (16) розраховуються у рекурентному алгоритмі:

$$Br_k(N) = Br_{k-1}(N) + br_{k,N}^{**} - br_{k-1,1}^{**}. \quad (17)$$

**Операція 5:** правило зупинки алгоритму визначення оптимального ЧСП на стороні прийому. Як видно з попереднього, спочатку ЧСП розраховуються на стороні прийому згідно умови (3). Якщо функції оптимальних швидкостей (рис. 6) мають унімодальний характер, то правило зупинки алгоритму таке: якщо виконується умова  $Br_{k+1} \geq Br_k$ , то алгоритм зупиняється і ЧСП з номером  $k$  визначається як найбільш оптимальний. При цьому на кожному кроці руху до вершини треба зберігати параметри ЧСП попереднього кроку. Досягнувши вершини пагорбу, удав вже не лізе праворуч: навіщо йому спускатись знов донизу.

Не виключено, що функція оптимальних швидкостей для реальної ВОСП може мати багато мод. У такому випадку удав таки має проповзти весь шлях зліва направо. На цьому шляху він повинен зберігати у пам'яті найкращий варіант ЧСП з усіх попередніх кроків умовно з номером  $K^*$ . Якщо на якомусь наступному кроці  $k$  знайдеться ЧСП, для якого  $Br_k > Br_{K^*}$ , то новий оптимальний ЧСП замінює раніше визначений.

Не важко довести, що в останньому випадку кількість ЧСП, які порівнюються, не перевищує загальної полоси випромінювання  $F$ , поділеною на найменшу ширину каналу на стороні прийому за табл. 2.

**Операція 6:** визначення ширини полос каналів оптимального ЧСП на стороні передачі. У даній операції лише встановлюються параметри оптимальної ширини каналів на стороні передачі для обраного варіанту центральних смуг (за даними табл. 2) та розраховуються відповідні параметри початкової тривалості ОІ, виходячи з визначення бази (7).

#### Аспекти практичного застосування запропонованого алгоритму

За допомогою програми Flexible Plan розраховані різні варіанти оптимальних ЧСП. Один з прикладів показано на рис. 7. Розрахунки у даному випадку виконувались для довжини лінії 300 км і для ЧСП з кількістю каналів  $N = 200$  у загальній смузі 20 ТГц. Порівнювались план рівномірного розподілу частот і ширини каналів на стороні прийому (Equal Plan – EP-план) та оптимальним ЧСП з нерівномірним розподілом ширини смуг каналів (Flexible Plan – FP-план). На рис. 7 шкала частот дана у кількості каналів EP-плану (кожний крок сітки відповідає 100 ГГц). Ширина каналів на стороні прийому на рис. 7 має позначку  $W$ .

Аналіз графіку на рис. 7 показує, що ширина всіх каналів EP-плану завжди однакова: 100 ГГц, що й характерно для сучасних ВОСП. У даному випадку центральні частоти EP-плану на стороні передачі змінюються також з кроком 100 ГГц від 182,05 ТГц до 201,95 ТГц. Ширина каналів оптимального FP-плану суттєво залежить від частоти і може змінюватись приблизно від 20 ГГц до 214 ГГц. Відповідно, центральні частоти каналів FP-плану також нерівномірно розподілені по сітці частот. Але з рис. 7 добре видно, що оптимальний FP-план займає приблизно на 25% менший спектральний ресурс, ніж EP-план.

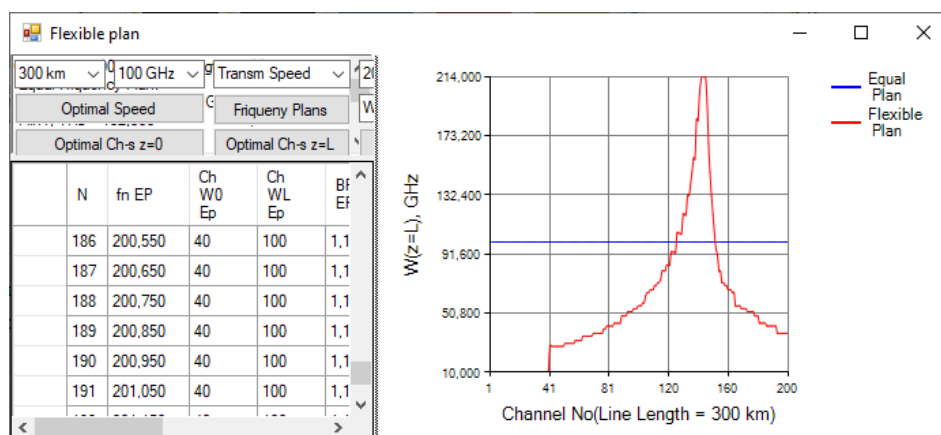


Рис. 7. Фрагмент варіанту вікна програми Flexible Plan

Основні порівняльні характеристики EP-плану та FP-плану для різної довжини лінії наведені у табл. 3, де під SPE розуміється параметр спектральної ефективності (відношення сумарної швидкості передачі до ширини загальної полоси каналів на стороні прийому).



Таблиця 3

**Порівняльні характеристики ЕР-плану та FR-плану для 200 каналів у полосі 20 ТГц**

$L$ , км	ЧСП / співвідношення параметрів	Показник / співвідношення показників		
		$F^*$ , ТГц	$B_r$ , Тбіт/с	$SPE$ , (біт/с)/Гц
100	FR-план	10,05	2,672	0,2659
	ER-план	20,00	1,695	0,0847
	Співвідношення	0,5025	1,5764	3,1371
200	FR-план	14,52	2,377	0,1637
	ER-план	20,00	1,504	0,0752
	Співвідношення	0,726	1,5804	2,1769
300	FR-план	16,38	2,072	0,1264
	ER-план	20,00	1,314	0,0657
	Співвідношення	0,819	1,5768	1,9253

Аналіз даних у табл. 3 показує наступне:

- ширина полоси, яку займає FR-план поступово збільшується по мірі підвищення довжини лінії;
- для будь якої довжини лінії FR-план дає вигоду приблизно у 1,5 разів у швидкості передачі порівняно з ER-планом;
- при усіх довжинах лінії, для яких виконувались розрахунки і для яких мають вплив нелінійні ефекти FR-план за показником спектральної ефективності у 2-3 рази перевищує ER-план.

Зауважимо, що всі названі програми розроблено авторським колективом (мова програмування C#, IDE Visual Code). При цьому моделювання у програмі Nonlinear в залежності від кроку та довжини лінії могло займати години часу. Для реальних ВОСП характерні інші швидкості вимірювань. Самі по собі вимірювання параметрів ОІ на стороні прийому – ефективної тривалості та ефективної ширини спектру можуть виконуватись практично миттєво [15]. Певний час займе тестування лінії на сітці значень (13, 14) центральної частоти та ширини каналів. Допустимо, що таке тестування виконується послідовним перебором всіх  $P \times M$  можливих значень. Для прикладу задамо значення кроків сітки  $\delta_f$  та  $\delta_M$  10 ГГц. Загальну ширину полоси призначимо як і вище 20 ТГц, кількість каналів  $N=200$  (з середньою шириною полоси каналу 100 ГГц). Також положимо, що швидкість передачі в окремих каналах ВОСП 1 Гбіт/с (досить мала для сучасних ВОСП). Тоді всього треба виконати  $200 \times 2000 = 400\,000$  вимірювань. При означеній швидкості передачі це займе лише 0,4 мс, що цілком задовільно для адаптивних ВОСП.

Зробимо ще одне зауваження. Якщо від дискретної моделі перейти до континуальної моделі, то не важко побачити, що оптимальна траєкторія руху удава є такою, що у кожній фазі цього руху голова удава повинна рухатись у напрямку максимального значення градієнта цільової функції.

### Висновки

Пропонований у роботі алгоритм формалізує конкретний варіант застосування принципів метода динамічного програмування Р. Белмана стосовно прикладної задачі синтезу оптимальних частотно-сигнальних планів перспективних адаптивних ВОСП.

Методика розрахунків параметрів моделей включає застосування авторських програм, у тому числі програми моделювання нелінійних ефектів у ВОСП, які приблизно описуються узагальненим нелінійним рівнянням Шредингера.

Показано, що задача, яка спочатку має астрономічну розмірність, може бути зведена до послідовності операцій, кожна з яких може бути виконана у прийнятний час для вирішення задач налаштування параметрів ВОСП до можливих змін характеристик реального середовища розповсюдження оптичних сигналів.

В результаті моделювання та додаткових розрахунків встановлено, що врахування лінійних та нелінійних ефектів в оптичному волокну може давати суттєвий вигоду як у швидкості передачі, так і у спектральній ефективності ВОСП.

### Література

1. Multichannel DWDM applications with single-channel optical interfaces: ITU-T Rec. G.698.1 (06/2005) - Geneva, 2007. - 26 p.
2. Spectral grids for WDM applications: DWDM frequency grid: ITU-T Rec. G.694.1 (02/2012) - Geneva, 2012. - 9 p.
3. Characteristics of a fibre and cable with non-zero dispersion for wideband optical transport: ITU-T Rec. G.656 (07/2010) - Geneva, 2011. - 13 p.
4. Агравал Г. Нелинейная волоконная оптика / Агравал Г. - М.: Мир, 1996. - 323 с.
5. Одогов Н.А. Основы теории аппроксимации оптических сигналов гауссовыми импульсами / Н.А. Одогов // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. - 2018. - № 5. - С. 42-72.

6. Одегов Н.А. Аппроксимация оптических сигналов короткими импульсами лазера в форме гиперболического секанса / Одегов Н.А. // Электронное научное специализированное издание – журнал «Проблемы телекоммуникаций», ХНУРЭ. – № 2 (23). – 2018. – С. 48 – 61.
7. Одегов М.А. Спосіб формування низькочастотної обвідної оптичного імпульсу / Одегов М.А., Костюк В.В. // Патент України на корисну модель № 134007, зареєстрований 25.04.2019.
8. Одегов М.А. Спосіб формування низькочастотної обвідної оптичного сигналу імпульсом лазера у формі гіперболічного секанса // Патент України на корисну модель № 142945, зареєстрований 10.07.20.
9. Одегов М.А. Спосіб формування низькочастотної обвідної оптичного сигналу надкоротким імпульсом лазера гауссової форми // Патент України на корисну модель № 142946, зареєстрований 10.07.2020.
10. Michel Joindot, Stéphane Gosselin. Optical fiber transport systems and networks: fundamentals and prospects. Comptes Rendus Physique, Volume 9, Issues 9-10, 2008, Pages 914-934, ISSN 1631-0705. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.crhy.2008.10.003>.
11. Одегов Н.А. Численно-аналитический метод синтеза оптимальных неравномерных частотных планов DWDM / Н.А. Одегов, И.С. Балеев // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова, 2020, № 2. - С. 68-80.
12. Виленкин Н.Я. Комбинаторика / Н.Я. Виленкин, А.Н. Виленкин, П.Я. Виленкин. – М.: ФИМА, МЦНМО, 2006. – 400 с.
13. Беллман Р. Динамическое программирование / Р. Беллман. М.: Изд-во иностранной литературы, 1960. - 400 с.
14. Одегов Н.А. Динамическое моделирование линейных и нелинейных эффектов в оптических волокнах систем передачи DWDM / Н.А. Одегов // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. - 2020. - №2. - С. 150-158. DOI: <https://doi.org/10.31891/2307-5732-2020-283-2-150-157>.
15. Одегов М.А. Спосіб визначення миттєвого дискретного спектру оптичного сигналу // Патент України на корисну модель № 150290, зареєстрований 26.01.22.

#### References

1. Multichannel DWDM applications with single-channel optical interfaces: ITU-T Rec. G.698.1 (06/2005) - Geneva, 2007. - 26 p.
2. Spectral grids for WDM applications: DWDM frequency grid: ITU-T Rec. G.694.1 (02/2012) - Geneva, 2012. - 9 p.
3. Characteristics of a fibre and cable with non-zero dispersion for wideband optical transport: ITU-T Rec. G.656 (07/2010) - Geneva, 2011. - 13 p.
4. Agraval G. Nelinejnaya volokonnaya optika / Agraval G. - М.: Mir, 1996. - 323 s.
5. Odegov N.A. Osnovy teorii approksimacii opticheskikh signalov gaussovymi impulsami / N.A. Odegov // Visnik Hmelnickogo nacionalnogo universitetu. Tehnichni nuki. - 2018. - № 5. - S. 42-72.
6. Odegov N.A. Approksimaciya opticheskikh signalov korotkimi impulsami lazera v forme giperbolicheskogo sekansa / Odegov N.A. // Elektronnoe nauchnoe specializirovannoe izdanie – zhurnal «Problemy telekommunikacij», HNURE. – № 2 (23). – 2018. – С. 48 – 61.
7. Odegov M.A. Sposib formuvannya nizkochastotnoyi obvidnoyi optichnogo impulsu / Odegov M.A., Kostyuk V.V. // Patent Ukrayini na korisnu model № 134007, zareyestrovaniy 25.04.2019.
8. Odegov M.A. Sposib formuvannya nizkochastotnoyi obvidnoyi optichnogo signalu impulsom lazera u formi giperbolichnogo sekansa // Patent Ukrayini na korisnu model № 142945, zareyestrovaniy 10.07.20.
9. Odegov M.A. Sposib formuvannya nizkochastotnoyi obvidnoyi optichnogo signalu nadkorotkim impulsom lazera gaussovoyi formi // Patent Ukrayini na korisnu model № 142946, zareyestrovaniy 10.07.2020.
10. Michel Joindot, Stephane Gosselin. Optical fiber transport systems and networks: fundamentals and prospects. Comptes Rendus Physique, Volume 9, Issues 9-10, 2008, Pages 914-934, ISSN 1631-0705. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.crhy.2008.10.003>.
11. Одегов Н.А. Численно-аналитический метод синтеза оптимальных неравномерных частотных планов DWDM / Н.А. Одегов, И.С. Балеев // Наукові праці ОНАЗ ім. О.С. Попова, 2020, № 2. - С. 68-80.
12. Виленкин Н.Я. Комбинаторика / Н.Я. Виленкин, А.Н. Виленкин, П.Я. Виленкин. – М.: ФИМА, МЦНМО, 2006. – 400 с.
13. Bellman R. Dinamicheskoe programmirovaniye / R. Bellman. М.: Izd-vo inostrannoy literatury, 1960. - 400 s.
14. Odegov N.A. Dinamicheskoe modelirovaniye linejnyh i nelinejnyh effektov v opticheskikh voloknakh sistem peredachi DWDM / N.A. Odegov // Visnik Hmelnickogo nacionalnogo universitetu. Tehnichni nuki. - 2020. - №2. - S. 150-158. DOI: <https://doi.org/10.31891/2307-5732-2020-283-2-150-157>.
15. Odegov M.A. Sposib viznachennya mitt'yevogo diskretnogo spektru optichnogo signalu // Patent Ukrayini na korisnu model № 150290, zareyestrovaniy 26.01.22.