

ТИМОЩУК ОЛЕКСАНДР

Хмельницький національний університет

<https://orcid.org/0000-0003-0149-8878>e-mail: alex.tymoschuk@gmail.com

ДОСЛІДЖЕННЯ ТОЧНОСТІ ВДОСКОНАЛЕНИХ МЕТОДІВ РОЗРАХУНКУ ПАРАМЕТРІВ ГЕРМЕТИЧНОСТІ БЕЗЗМАЩУВАЛЬНИХ ПОРШНЕВИХ УЩІЛЬНЕНЬ

На основі теорії стохастичних полів були розроблені методи розрахунку герметичності беззмашувальних поршневих ущільнень для виконання інженерних методик обчислень, призначені для галузі машинобудування. Мета роботи полягає в проведенні аналізу точності вдосконалених методів розрахунку параметрів герметичності беззмашувальних поршневих ущільнень.

Досліджена залежність щільності каналів натікання від комплексу умов контактування поршневих ущільнень. Аналіз точності показує, що залежність щільності каналів натікання від комплексу умов контактування носить е прогнозовано характер.

Для визначення щільності каналів виведена точна формула, яка залежить від спектральних моментів та ефективного рівня деформації. Значення, розраховані за точною та розрахунковою формулою щільності каналів різняться не більше, ніж на 0,045%.

Ключові слова: герметичність поршневих ущільнень; спряжені контактуючі поверхні; щільність ймовірності висот вершин; нормальний стохастичний процес; щільність каналів натікання; зведений еквівалентний діаметр; ефективний діаметр каналу; теорія стохастичних полів

TYMOSHCHUK OLEKSANDR

Khmelnitsky National University

STUDY OF THE ACCURACY OF IMPROVED METHODS OF CALCULATING THE TIGHTNESS PARAMETERS OF OIL-FREE PISTON SEALS

Abstract - Based on the theory of stochastic fields, methods were developed for calculating the tightness parameters of oil-free piston seals for the performance of engineering calculation methods intended for the field of mechanical engineering. The purpose of the work is to analyze the accuracy of improved methods for calculating the tightness parameters of oil-free piston seals.

The result is the creation of engineering methods for calculating tightness in oil-free cylinder-piston metal-polymer seals. The article considers the elastic contact of a highly anisotropic rough surface (polymer surface) with a smooth (metal surface). The task consists in the development and research of engineering methods for calculating the main characteristics of the tightness of oil-free cylinder-piston seals - the density of the inflow channels and the equivalent diameter of the channels in the conjugation zone of metal-polymer seals, as well as to perform an accuracy analysis of the developed methods. The dependence of the density of inflow channels on the complex of contact conditions is extreme. The channel density (the number of channels per unit of nominal profile length, fixed transversely to the direction of the flow of the medium) can be calculated as the difference between the surface of the contacting contact surfaces and the density of the depressions that exceed a given level. The gas flow regime in the seal is determined by the Knudsen criterion. Based on the formula of the effective level of deformation for a given value of the complex of contact conditions of piston seals, the relationship between the density of the inflow channel and the complex of contact conditions was established using the developed Kanal program. As the contact conditions increase, the channel density first increases and then decreases. This is due to the influence of the process of combining contact spots during the loading process. The maximum number of channels is reached at $K = 0.6315$. An exact formula is derived to determine the channel density. Based on the exact formula, the calculation formula is obtained. The values calculated by the formula of exact and calculated channel density differ by no more than 0.0045. Exact formulas of equivalent diameters are derived. The dependence of equivalent diameters on the set of contact conditions was investigated. Calculation formulas of equivalent diameters are obtained on the basis of exact formulas. The values calculated by the exact and calculated formulas of the combined equivalent diameter differ by no more than 9%, for the combined equivalent diameter the difference does not exceed 10%.

Keywords: tightness of piston seals; conjugated contacting surfaces; probability density of peak heights; normal stochastic process; density of inflow channels; combined equivalent diameter; effective channel diameter; theory of stochastic fields

Формулювання цілі статті

На основі теорії стохастичних полів були розроблені методи розрахунку характеристик герметичності беззмашувальних поршневих ущільнень для виконання практичних методик обчислень, призначені для галузі машинобудування [1]. Необхідно було дослідити вдосконалені методи розрахунку основних параметрів герметичності беззмашувальних поршневих ущільнень машин – щільності каналів та ефективного діаметру каналів в зоні контактного спряження металополімерних ущільнень. Мета роботи полягає в проведенні аналізу точності вдосконалених методів розрахунку параметрів герметичності беззмашувальних поршневих ущільнень.

Виклад основного матеріалу

Щільність ймовірності висот впадин $\phi(\varepsilon)$ і щільність висот вершин $p(\varepsilon)$ зв'язані наступним співвідношенням:

$$\phi(\varepsilon) = p(-\varepsilon). \quad (1)$$

На основі попереднього маємо:

$$\phi(\varepsilon) = \frac{\delta}{\sqrt{2\pi}} \left\{ \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\delta^2}\right) - \sqrt{\pi}\chi\varepsilon \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2}\right) [1 - \operatorname{erf}(\chi\varepsilon)] \right\}. \quad (2)$$

Щільність каналів δ_k (кількість каналів, що приходиться на одиницю номінальної довжини профілю, записаного у поперечному напрямку до напрямку плину середовища) може бути розрахована як різниця між щільністю δ' виступів поверхні, які вступили в контакт, та щільністю δ'' впадин, які розташовані вище даного рівня u :

$$\delta_k = \delta' - \delta'' . \quad (3)$$

Позначимо D - щільність виступів поверхні. Тоді величина δ' визначиться за формулою:

$$\delta' = D \int_u^\infty p(\varepsilon) d\varepsilon . \quad (4)$$

В силу статистичної симетрії шорсткої поверхні відносно її середньої площини щільність впадин поверхні рівна щільності виступів. Враховуючи це, маємо:

$$\delta'' = D \int_u^\infty \phi(\varepsilon) d\varepsilon . \quad (5)$$

Підставивши (4) і (5) в (3), отримаємо:

$$\delta_k = D \left[\int_u^\infty p(\varepsilon) d\varepsilon - \int_u^\infty \phi(\varepsilon) d\varepsilon \right] . \quad (6)$$

Перетворимо вираз у дужках, враховуючи формулу щільності ймовірності висот виступів профілю та формулу (2):

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2\pi}}{\delta} \int_u^\infty p(\varepsilon) d\varepsilon &= \int_u^\infty \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\delta^2}\right) d\varepsilon + \sqrt{\pi}\chi \int_u^\infty \varepsilon \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2}\right) d\varepsilon + \\ &+ \sqrt{\pi}\chi \int_u^\infty \varepsilon \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2}\right) \operatorname{erf}(\chi\varepsilon) d\varepsilon . \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{2\pi}}{\delta} \int_u^\infty \phi(\varepsilon) d\varepsilon &= \int_u^\infty \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\delta^2}\right) d\varepsilon - \sqrt{\pi}\chi \int_u^\infty \varepsilon \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2}\right) d\varepsilon + \\ &+ \sqrt{\pi}\chi \int_u^\infty \varepsilon \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2}\right) \operatorname{erf}(\chi\varepsilon) d\varepsilon . \end{aligned} \quad (8)$$

Підставимо (7) і (8) в (6):

$$\delta_k = \sqrt{2}D\delta\chi \int_u^\infty \varepsilon \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2}\right) d\varepsilon . \quad (9)$$

Інтегруємо:

$$\int_u^\infty \varepsilon \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2}\right) d\varepsilon = \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) . \quad (10)$$

З урахуванням формули параметра широкополосності α - безрозмірної величини, що визначається за формулою:

$$\alpha = m_0 m_4 / m_2^2 ,$$

формули щільності вершин шорсткої поверхні D :

$$D = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{m_4}{m_2}}$$

та позначень до формули щільності ймовірності висот виступів профілю, перетворимо множник формули (9):

$$\sqrt{2}\delta\chi = \left(\frac{m_2^2}{m_0 m_4}\right)^{1/2} ;$$

$$\sqrt{2}D\delta\chi = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{m_2}{m_0}\right)^{1/2} . \quad (11)$$

Підставивши (10) і (11) в (9), маємо формулу:

$$\delta_k = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{m_2}{m_0}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) . \quad (12)$$

На підставі формули ефективного рівня деформації спряженого контакту за заданою величиною комплексу умов контактування [2]:

$$1 - \exp(-K) - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{u}{\sqrt{2}}\right) = 0 \quad (13)$$

та формули (12) за допомогою оригінальної програми Kanal [1] розрахований зв'язок щільності каналів натікання (витоку) з комплексом умов контактування поршневих ущільнень машин. Отримані результати представлені на рис. 1.

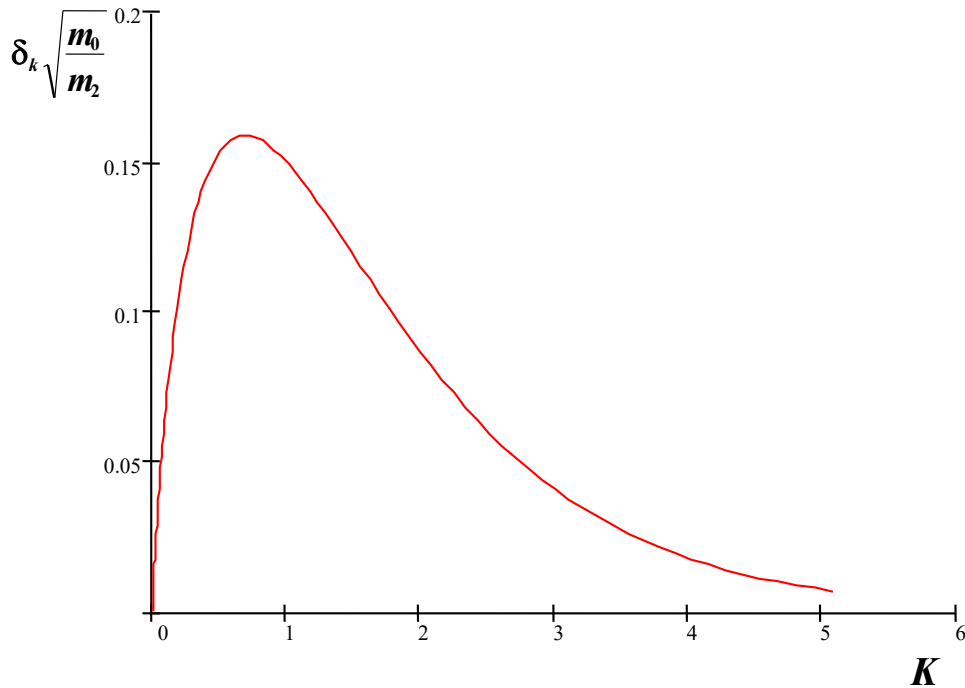


Рис. 1. Залежність щільності каналів натікання від комплексу умов контактування поршневих ущільнень

Очевидно, що залежність щільності каналів натікання від комплексу умов контактування носить екстремальний характер. З ростом комплексу умов контактування щільність каналів натікання спочатку зростає, а потім зменшується. Це пояснюється впливом процесу злиття плям контакту в процесі навантаження. Максимальна кількість каналів натікання досягається при $K = 0,69315$ і становить

$$\delta \left(\frac{m_2}{m_0}\right)^{1/2}_{k,max} \tag{14}$$

Залежність, представлена на рис.1, була апроксимована формулою:

$$\delta_k = 0,787 \left(\frac{m_2}{m_0}\right)^{1/2} K^{0,733} \exp[-(K + 0,633)^{1,028}] \tag{15}$$

Формула (15) отримана в результаті розрахунків за оригінальною програмою Appr_K [1]. Середня довжина $\bar{\lambda}$ вільного пробігу молекули робочого газу розраховується за формулою [4]:

$$\bar{\lambda} = \frac{kT}{\pi\sqrt{2}d_m^2 p_{cp}} \tag{16}$$

де k – стала Больцмана;

T – абсолютна температура газу;

d_m – ефективний діаметр молекули газу;

p_{cp} - середній тиск газу в ущільненні.

Ефективний гідравлічний діаметр визначають за формулою:

$$d_h = \frac{4F}{P} \tag{17}$$

де F, P - відповідно площа та периметр каналу.

Оскільки кути нахилу нерівностей реальних шорстких поверхонь складають лише декілька градусів, то висота каналу в цьому випадку набагато менша за ширину.

Розглянемо для прикладу щілинний канал еліптичної форми, що має висоту $2b$ та ширину $2a$. Площа каналу становить

$$F = \pi ab \tag{18}$$

а периметр:

$$S = 4aE(\varepsilon) \tag{19}$$

де

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} \tag{20}$$

$E(\dots)$ - повний нормальний еліптичний інтеграл Лежандра другого роду [3].

Оскільки $b \ll a$, то $\varepsilon \rightarrow 1$, відповідно $E(\varepsilon) \rightarrow 1$. В результаті отримуємо:

$$d_h = \pi b ,$$

тобто ефективний гідравлічний діаметр не залежить від ширини щілинного каналу.

До аналогічного висновку можна прийти, якщо прийняти, що канал має форму прямокутника висотою $2b$ та шириною $2a$. В цьому випадку отримаємо:

$$\begin{aligned} F &= 4ab ; \\ P &= 4(a + b) ; \\ d_h &= \frac{4ab}{a+b} . \end{aligned}$$

Оскільки $b \ll a$, то остаточно маємо:

$$d_h = 4b ,$$

тобто, знову ж таки приходимо до висновку, що ефективний гідравлічний діаметр не залежить від ширини щілинного каналу.

При визначенні ефективного діаметру каналу слід враховувати як його площу, так і периметр. І оскільки канал має неправильну форму, то слід очікувати, що значення еквівалентного діаметру, знайдені на підставі площі, будуть відрізнятись від значень, знайдених на підставі периметру.

Середню площу каналу F можна знайти, поділивши питомий міжконтактний об'єм V на щільність каналів δ_k :

$$F = \frac{V}{\delta_k} . \tag{17}$$

Позначимо d_F - ефективний діаметр каналу, знайдений на підставі його площі. Виходячи з кругової форми каналу, отримаємо:

$$d_F = 2 \sqrt{\frac{F}{\pi}} . \tag{18}$$

Підставивши в (18) формули (17, 12) і формулу міжконтактного об'єму, отримаємо:

$$d_F = \frac{2m_0^{\frac{1}{2}}}{m_2^{\frac{1}{4}}} \sqrt{\left(\frac{2}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} + u \exp\left(\frac{u^2}{2}\right) \operatorname{erfc}\left(-\frac{u}{\sqrt{2}}\right)} , \tag{19}$$

або

$$\frac{d_F m_2^{\frac{1}{4}}}{m_0^{\frac{1}{2}}} = 2 \sqrt{\left(\frac{2}{\pi}\right)^{\frac{1}{2}} + u \exp\left(\frac{u^2}{2}\right) \operatorname{erfc}\left(-\frac{u}{\sqrt{2}}\right)} . \tag{20}$$

На підставі формул (13) і (20) за допомогою програми Durchmesser [1] розрахований зв'язок ефективного діаметру d_F з комплексом умов контактування. Отримані результати представлені на рис. 2.

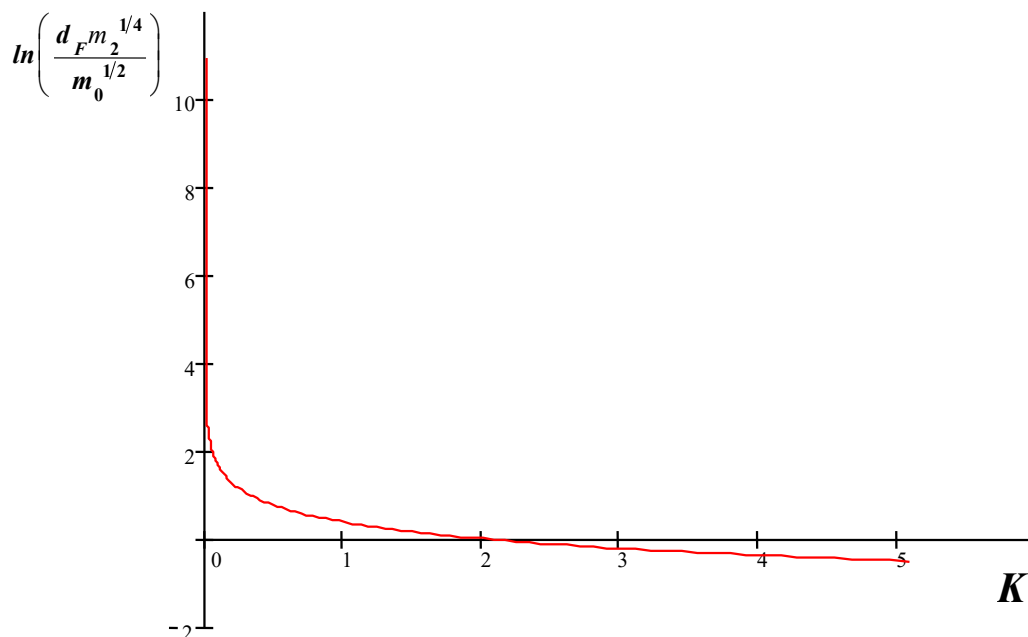


Рис. 2. Залежність ефективного діаметру d_F каналу від комплексу умов контактування поршневих ущільнень

Залежність, що вказана на рис. 2, була представлена формулою:

$$\frac{d_F m_2^{1/4}}{m_0^{1/2}} = \begin{cases} \left(1 + \frac{1,328}{K^{1,08}}\right)^{0,545}, & (K \leq 1); \\ 2,524 \exp(-0,615K^{0,538}), & (K > 1) \end{cases}. \quad (21)$$

Формула (21) слідує за результатами оригінальних програм Appr_dF_1, Appr_dF_2 [1]. Формула якісно характеризує ефективний діаметр d_F при зросту навантаження:

$$\lim_{\sigma_n \rightarrow 0} d_F = \infty; \quad \lim_{\sigma_n \rightarrow \infty} d_F = 0.$$

Периметр каналу P визначається, якщо поділити питому площу поверхні стику, що омивається робочим середовищем S_K на щільність каналів δ_k :

$$P = \frac{S_K}{\delta_k}. \quad (22)$$

Позначимо d_p - ефективний діаметр каналу натікання, знайдений на підставі його периметру:

$$d_p = \frac{P}{\pi}. \quad (23)$$

Підставивши в (23) формули (22,12), отримаємо:

$$d_p = \left(\frac{m_0}{m_2}\right)^{\frac{1}{2}} (1 + S) \exp\left(\frac{u^2}{2}\right) \operatorname{erfc}\left(-\frac{u}{\sqrt{2}}\right), \quad (24)$$

або

$$\frac{d_p}{1+S} \left(\frac{m_2}{m_0}\right)^{\frac{1}{2}} = \exp\left(\frac{u^2}{2}\right) \operatorname{erfc}\left(-\frac{u}{\sqrt{2}}\right). \quad (25)$$

На підставі формул (13) і (25) за допомогою програми Durchmesser [1] розрахований зв'язок ефективного діаметру d_p з комплексом умов контактування. Отримані результати представлені на рис. 3.

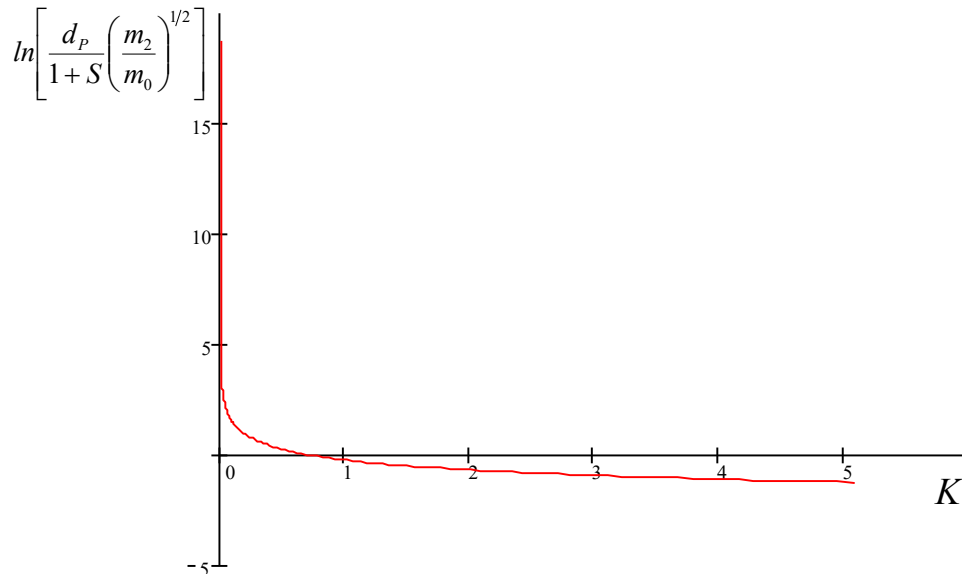


Рис. 3 Залежність ефективного діаметру d_p каналу від комплексу умов контактування поршневих ущільнень

Залежність, що представлена на рис. 3, була апроксимована формулою:

$$\frac{d_p}{1+S} \left(\frac{m_2}{m_0}\right)^{1/2} = \begin{cases} \left(1 + \frac{0,321}{K^{1,09}}\right)^{0,886}, & (K \leq 0,3); \\ 2,992 \exp(-1,353K^{0,703}), & (0,3 < K \leq 1,3); \\ 1,134 \exp(-0,521K^{0,636}), & (K > 1,3) \end{cases}. \quad (26)$$

Формула (26) отримана в результаті розрахунків за програмами Appr_dP_1, Appr_dP_2, Appr_dP_3 [1]. Вона якісно правильно описує поведінку ефективного діаметру d_p при зміні номінального навантаження, оскільки з неї випливає, що:

$$\lim_{\sigma_n \rightarrow 0} d_p = \infty; \quad \lim_{\sigma_n \rightarrow \infty} d_p = 0.$$

Оскільки значення d_F та d_P різняться внаслідок неправильної геометричної форми каналу, то за ефективний діаметр каналу $d_{екв}$ можна прийняти середнє значення:

$$d_{екв} = (d_F + d_P)/2 . \tag{27}$$

Оскільки задані та розраховані значення майже практично збігаються, то для того, щоб оцінити похибку, на рис.4 представлена залежність різниці заданих та розрахованих значень щільності каналів (вона позначена як δ) від комплексу умов контактування.

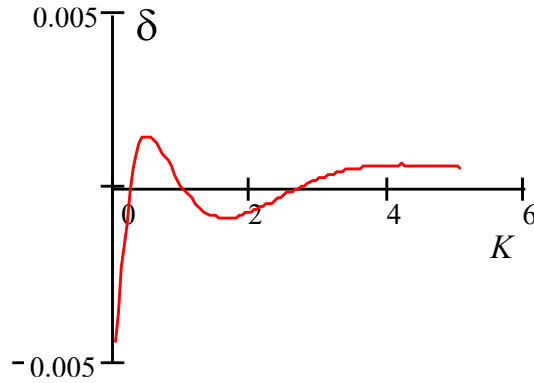


Рис.4. Оцінка похибки, яка виникає при аналізі точності розрахунку щільності каналів контакту поршневих ущільнень

Висновки

Для визначення щільності каналів виведена точна формула

$$\delta_k = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{m_2}{m_0}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) ,$$

де m_0, m_2 - спектральні моменти;

u - ефективний рівень деформації.

На підставі точної формули отримана розрахункова формула:

$$\delta_k = 0,787 \left(\frac{m_2}{m_0}\right)^{1/2} K^{0,733} \exp[-(K + 0,633)^{1,028}] .$$

Значення, розраховані за точною та розрахунковою формулою щільності каналів різняться не більше, ніж на 0,0045.

Залежність щільності каналів натікання від комплексу умов контактування носить екстремальний характер. Максимальна кількість каналів досягається при $K = 0,69315$.

Для розрахунку еквівалентного діаметру запропонована формула:

$$d_{екв} = (d_F + d_P)/2,$$

де d_F, d_P - ефективні діаметри каналу натікання, знайдені відповідно на підставі його площі периметру.

Виведені точні формули ефективних діаметрів d_F, d_P :

$$d_F = \frac{2m_0^{1/2}}{m_2^{1/4}} \sqrt{\left(\frac{2}{\pi}\right)^{1/2} + u \exp\left(\frac{u^2}{2}\right) \operatorname{erfc}\left(-\frac{u}{\sqrt{2}}\right)} ;$$

$$d_P = \left(\frac{m_0}{m_2}\right)^{1/2} (1 + S) \exp\left(\frac{u^2}{2}\right) \operatorname{erfc}\left(-\frac{u}{\sqrt{2}}\right) ,$$

де m_0, m_2, m_4 - спектральні моменти.

Досліджена залежність ефективних діаметрів d_F, d_P від комплексу умов контактування поршневих ущільнень.

На підставі точних формул отримані розрахункові формули:

$$\frac{d_F m_2^{1/4}}{m_0^{1/2}} = \begin{cases} \left(1 + \frac{1,328}{K^{1,08}}\right)^{0,545} , & (K \leq 1); \\ 2,524 \exp(-0,615K^{0,538}) \varpi , & (K > 1) \end{cases} ;$$

$$\frac{d_p}{1+S} \left(\frac{m_2}{m_0}\right)^{1/2} = \begin{cases} \left(1 + \frac{0,321}{K^{1,09}}\right)^{0,886}, & (K \leq 0,3); \\ 2,992 \exp(-1,353K^{0,703}), & (0,3 < K \leq 1,3); \\ 1,134 \exp(-0,521K^{0,636}), & (K > 1,3) \end{cases}$$

Значення, розраховані за точною та розрахунковою формулою зведеного еквівалентного діаметру $d_F m_2^{1/4} / m_0^{1/2}$ різняться не більше, ніж на 9%, для зведеного еквівалентного діаметру $d_p (m_2/m_0)^{1/2} / (1+S)$ різниця не перевищує 10%.

Література

1. Тимошук О.Г. Розробка методів розрахунку та експериментального дослідження герметичності беззмашувальних циліндро-поршневих ущільнень: Дис. ... канд. техн. наук. – Хмельницький, 2003. – 386 с.
2. Тимошук О.Г., Лісевич С.П. Оцінка точності методу розрахунку ефективного рівня деформації контактуючих поверхонь циліндро-поршневих ущільнень // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2020. – № 6. – с.79-83.
3. Фіхтенгольц Г.М. Курс диференціального та інтегрального числення – К. : Наукова думка, 2023.
4. Тимошук О.Г. Розробка і аналіз точності інженерних методів розрахунку герметичності беззмашувальних циліндро-поршневих ущільнень для молекулярного та перехідного режимів перетікання газу // Вісник Хмельницького національного університету. Технічні науки. – 2019. – № 6. – С. 20–24.

References

1. Tymoshchuk O.G. Development of methods for calculation and experimental study of the tightness of oil-free cylinder-piston seals: Dis. ... Cand. tech. Science. - Khmelnytsky, 2003. - 386 p.
2. Tymoshchuk O.G., Lysevych S.P. Assessment of the accuracy of the method of calculating the effective level of deformation of the contacting surfaces of cylinder-piston seals // Bulletin of the Khmelnytskyi National University. Technical sciences. - 2020. - No. 6. - pp. 79-83.
3. Fichtenholts G.M. Course of differential and integral calculus - K.: Naukova dumka, 2023
4. Timoshchuk O.G. Development and accuracy analysis of engineering methods for calculating the tightness of oil-free cylinder-piston seals for molecular and transient modes of gas flow // Bulletin of the Khmelnytskyi National University. Technical sciences. – 2019. – No. 6. – P. 20–24.